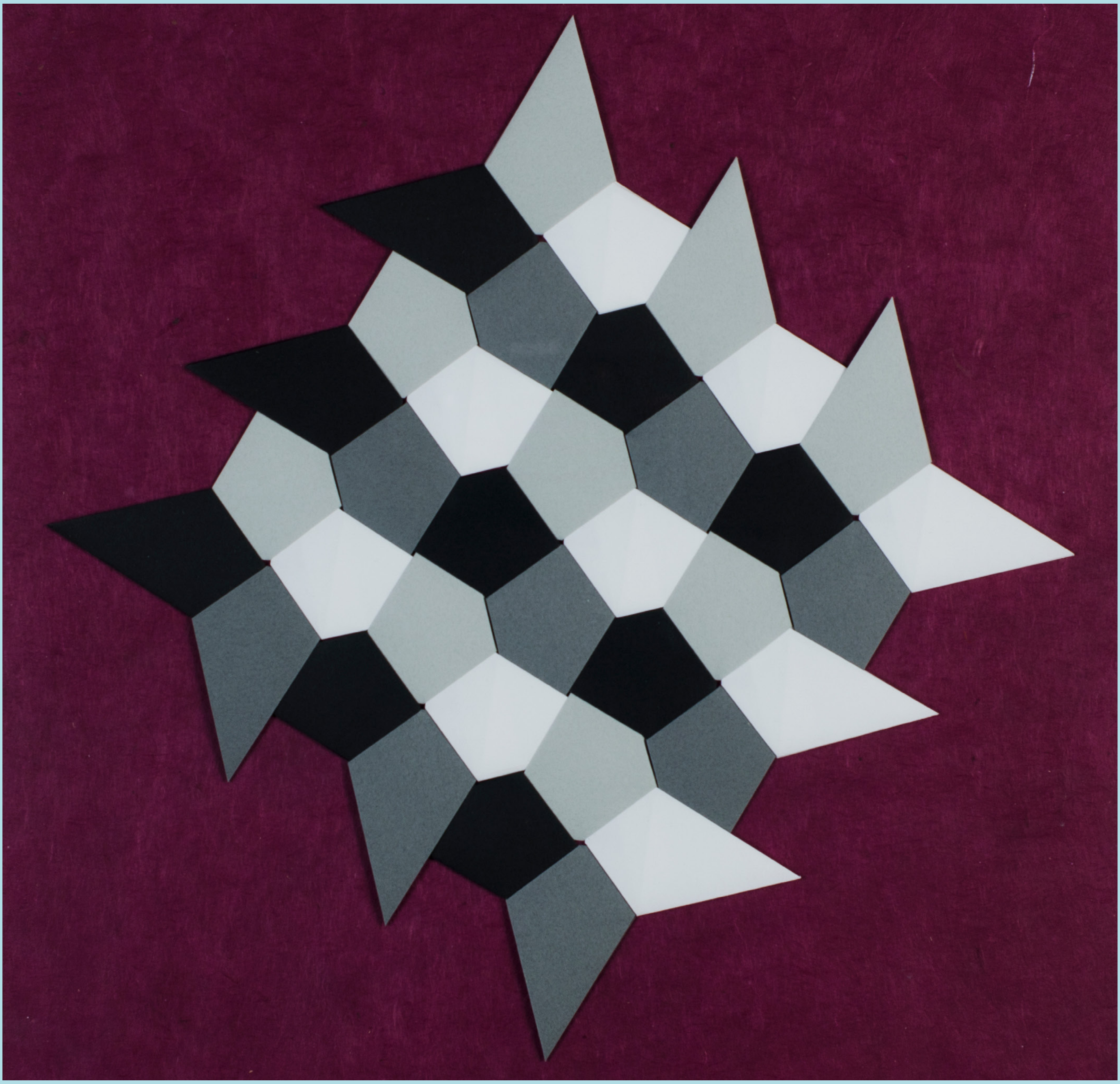
Tassellazioni



Titolo
Tassellazioni

Autori
Paolo Bascetta e Francesco Decio

Sede di lavoro
Centro Diffusione Origami, Pavia (Italia)

Età
a partire dagli 8 anni

Parole chiave
Origami; tassellazioni; figure piane; perimetro; area

L'utilizzo dell'origami a scuola è estremamente efficace a tutti i livelli scolastici sia da un punto di vista disciplinare, che da un punto di vista didattico.

1. Presentazione

L'utilizzo dell'origami a scuola è estremamente efficace a tutti i livelli scolastici sia da un punto di vista disciplinare (piegare la carta permette di esplorare molti fatti geometrici e numerici) che da un punto di vista didattico (è risaputo che l'aspetto motivazionale gioca un ruolo fondamentale nell'apprendimento della matematica).
In particolare l'origami a scuola:

- potenzia e sviluppa la coordinazione oculo-manuale e la motricità fine;
- esercita la memoria e stimola la curiosità;
- sviluppa la concentrazione e l'attenzione;
- affina il senso estetico e sviluppa la creatività;
- educa alla consequenzialità e a riflettere sulle proprie azioni;
- sviluppa l'abilità a "vedere" in 3D con la mente.

Ma non solo questo… l'origami è soprattutto un "gioco" divertente e piacevole.

2. Descrizione Fasi

Premessa: Tassellazioni del piano
Per tassellazione o pavimentazione del piano si intende il ricoprimento di una superficie piana con una o più figure geometriche senza sovrapposizioni né spazi vuoti.
Possiamo trovare delle tassellazioni nell'architettura, nell'arte, nell'industria della ceramica per pavimenti e nell'artigianato.

Le attività legate alle tassellazioni sono sicuramente proposte stimolanti per gli allievi in quanto permettono di allenare e sviluppare diversi aspetti: il senso estetico ed artistico, il riconoscimento di figure e forme geometriche, la simmetria e le trasformazioni geometriche in generale, la ripetizione di motivi ecc.

FASE 1: ***Costruzione del triangolo rettangolo isoscele e possibili accostamenti***
Una prima attività può essere quella di costruire un triangolo rettangolo isoscele seguendo queste semplici istruzioni:

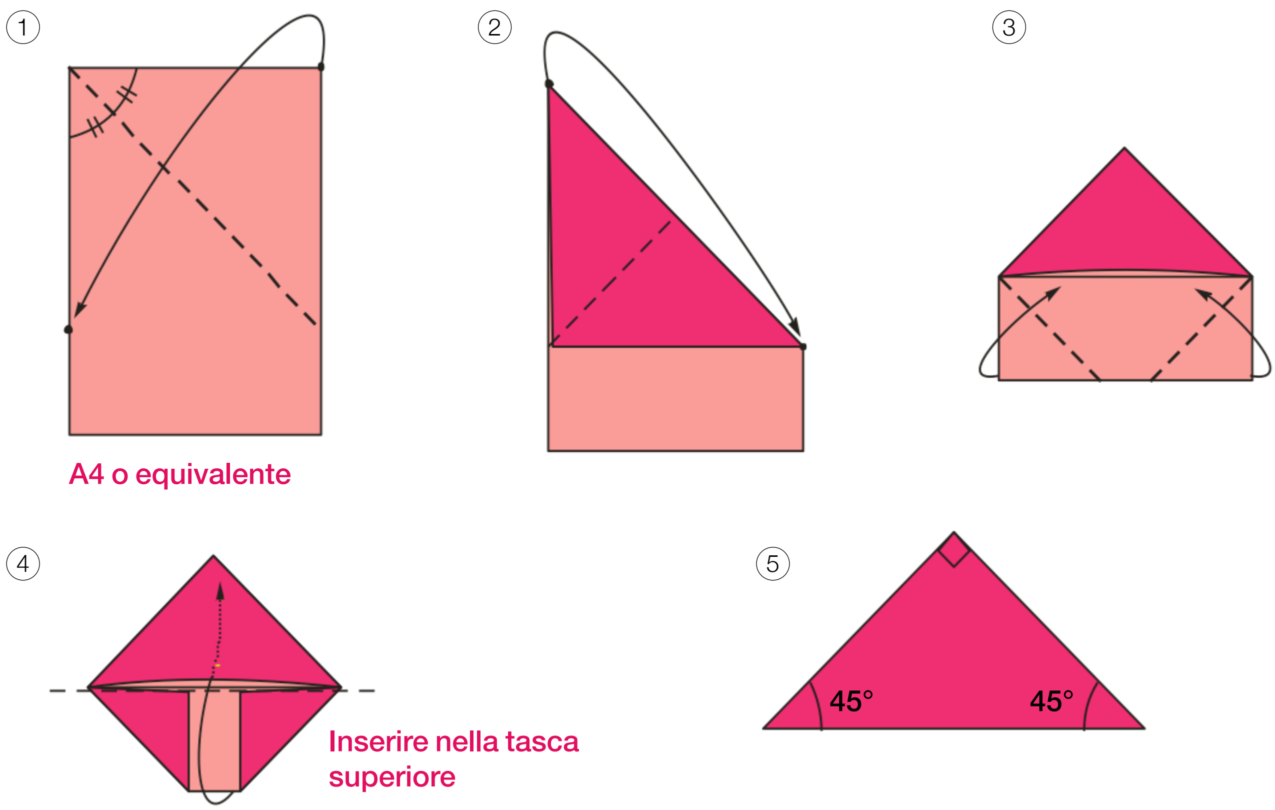


Figura 1. Istruzioni per la costruzione del triangolo rettangolo isoscele.

Realizzando questo triangolo di semplicissima costruzione, utilizzando in sequenza fogli del formato A3, A4, A5, A6, A7, A8 ecc. (i quali si ottengono via via dimezzando il lato lungo del rettangolo di partenza) si ottengono tessere, che accostate, oltre a permettere tassellazioni del piano, danno luogo a figure geometriche particolari sulle quali poter fare poi interessanti considerazioni didattiche di carattere geometrico: relazioni fra perimetri, fra aree, angoli, simmetrie, rotazioni ecc.

Le attività che possono essere condotte a partire dai vari formati del foglio di carta sono particolarmente ricche e significative non solo per considerazioni di tipo geometrico ma anche numerico.

La successione dei fogli A3, A4, A5, A6, A7, A8 ecc. genera infatti rettangoli simili che hanno rapporto di similitudine pari a $\sqrt{2}$, di conseguenza, come è facilmente intuibile accostando due fogli dello stesso formato, il rapporto tra le aree di formati consecutivi è pari a 2, ossia il quadrato di $\sqrt{2}$. Una conseguenza di queste riflessioni a priori è la relazione che è possibile individuare tra perimetri (rapporto uguale a $\sqrt{2}$) e aree (rapporto uguale a 2) dei triangoli ottenuti a partire da tali fogli rettangolari (che potremmo per analogia indicare con T3, T4, T5, T6, T7, T8 ecc.). Alcune domande stimolo possono essere legate al trovare la relazione tra triangoli non consecutivi in questa successione, ad esempio: Quanti triangoli T8 servono per ricostruire un triangolo T3? E in generale quanti triangoli Tm servono per ricostruire un triangolo Tn (con n<m)?

Altre interessanti riflessioni di tipo più geometrico possono essere condotte a partire dalle splendide configurazioni che si possono ottenere accostando i triangoli di questa successione, come mostra la Figura 2. Dalla prima immagine a sinistra sono diversi gli aspetti che emergono, come ad esempio le varie figure geometriche che si creano man mano che si aggiungono triangoli sempre più piccoli; una prima idea di infinitamente piccolo (se immaginiamo di proseguire nella successione); una quantificazione della serie $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\dots$ guardando la superficie occupata dai triangoli sempre più piccoli.

L'immagine in centro evoca una spirale e permette riflessioni sull'ampiezza degli angoli: perché il lato dell'ultimo triangolo coincide perfettamente con parte del lato del primo triangolo? Basta addizionare le ampiezze degli angoli consecutivi per arrivare alla risposta.

Dalla terza configurazione il docente può prendere spunto per lavorare sui triangoli simili, sul teorema di Talete o per i più piccolini sulla ricerca di regolarità e simmetrie della figura. Queste sono solo tre possibili accostamenti artisticamente validi e matematicamente ricchi, ma gli allievi insieme al docente possono sbizzarrirsi alla ricerca di nuove configurazioni.

Può essere interessante a questo punto discutere con gli allievi su quali degli accostamenti ottenuti possa permettere o meno di tassellare il piano. Per esempio, l'immagine a destra non rispetta le condizioni necessarie per avere una tassellazione in quanto i tasselli si sovrappongono.

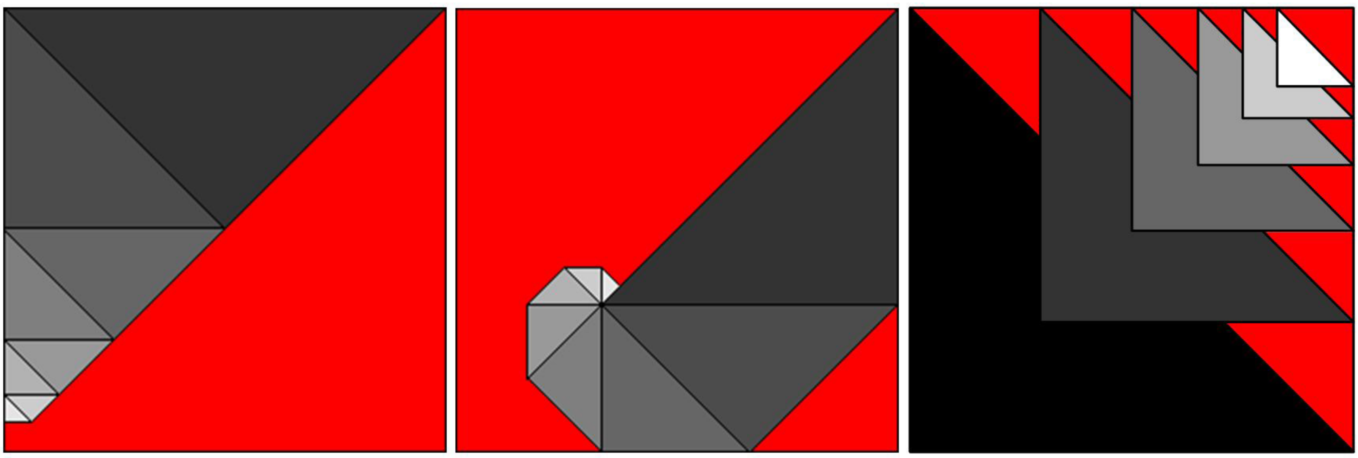


Figura 2. Possibili accostamenti a partire dal triangolo rettangolo isoscele.

FASE 2: ***Costruzione del triangolo rettangolo con angoli di ampiezza 30° - 60° - 90° e possibili accostamenti***

Una proposta analoga alla precedente si può realizzare a partire dal tassello triangolare (30°- 60°- 90°) che segue.

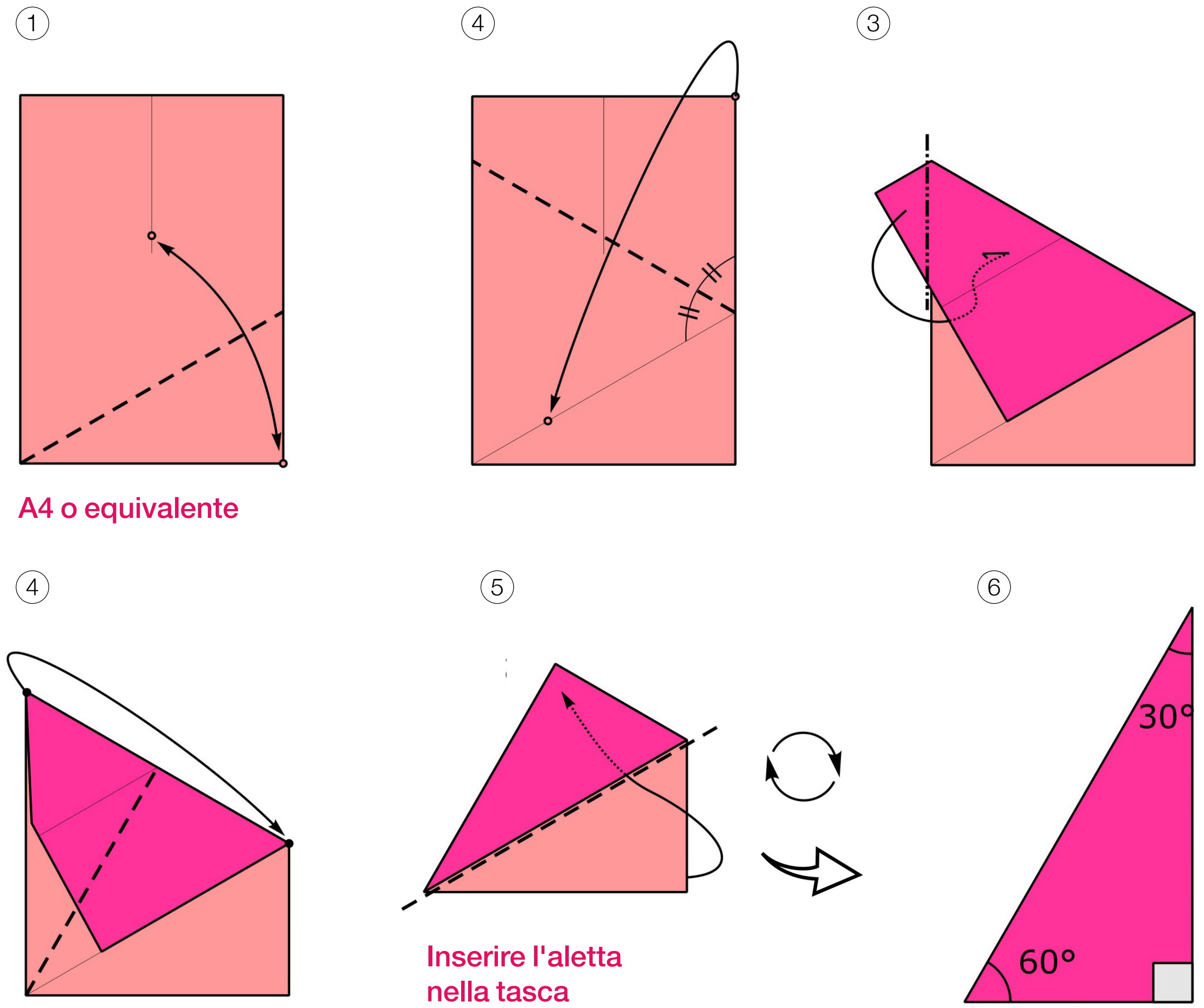


Figura 3. Istruzioni per la costruzione del triangolo rettangolo con angoli di ampiezza 30° - 60° - 90°.

Con questi moduli si possono creare forme geometriche concave e convesse, ad esempio accostandoli come indicato in Figura 4. Con alcune di queste forme è possibile tassellare il piano e può essere un esercizio interessante chiedere agli allievi di individuare quali siano le forme per cui ciò sia possibile.

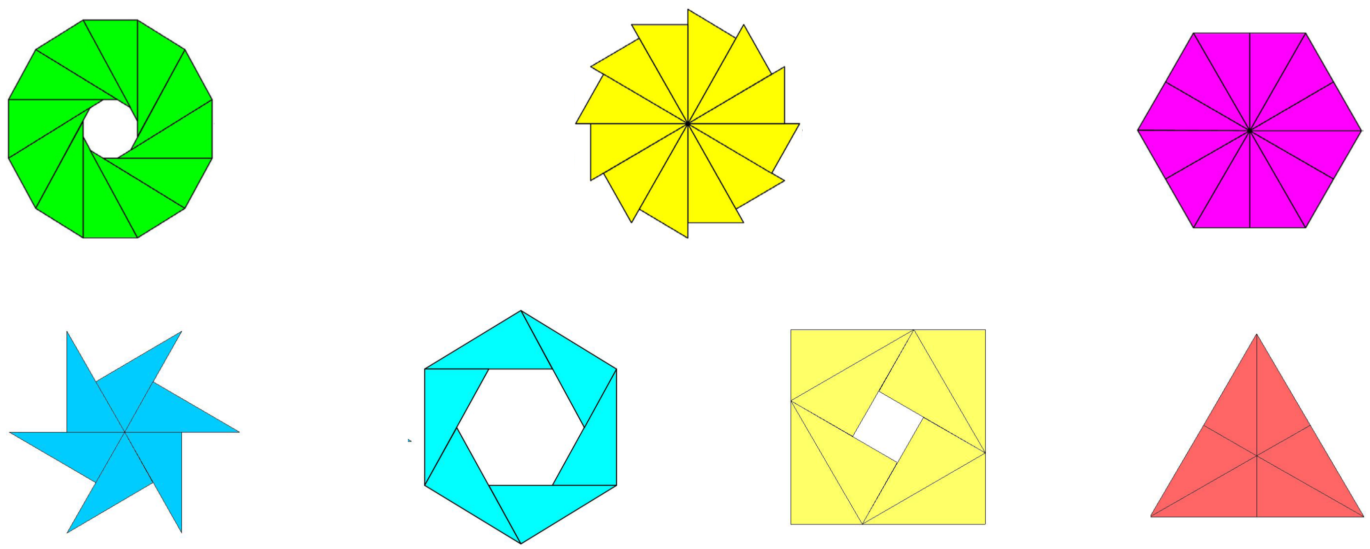


Figura 4. Possibili accostamenti del triangolo rettangolo con angoli di ampiezza 30° - 60° - 90°.

Prendendo ad esempio solo 4 triangoli di questo tipo può essere interessante con gli allievi costruire quante più forme possibili, individuando di ciascuna le varie caratteristiche (eventuali simmetrie, area, perimetro). In Figura 5 sono presenti alcuni esempi di possibili configurazioni. Si noterà che sono tutte figure equivalenti, ma avranno lo stesso perimetro? Con gli allievi si può ipotizzare una classifica che vede al primo posto la figura con il perimetro maggiore e all'ultimo posto quella con il perimetro minore. Con gli allievi di scuola media sarà interessante quantificare tali misure, mettendo in atto dunque regole note per triangoli di questo tipo.

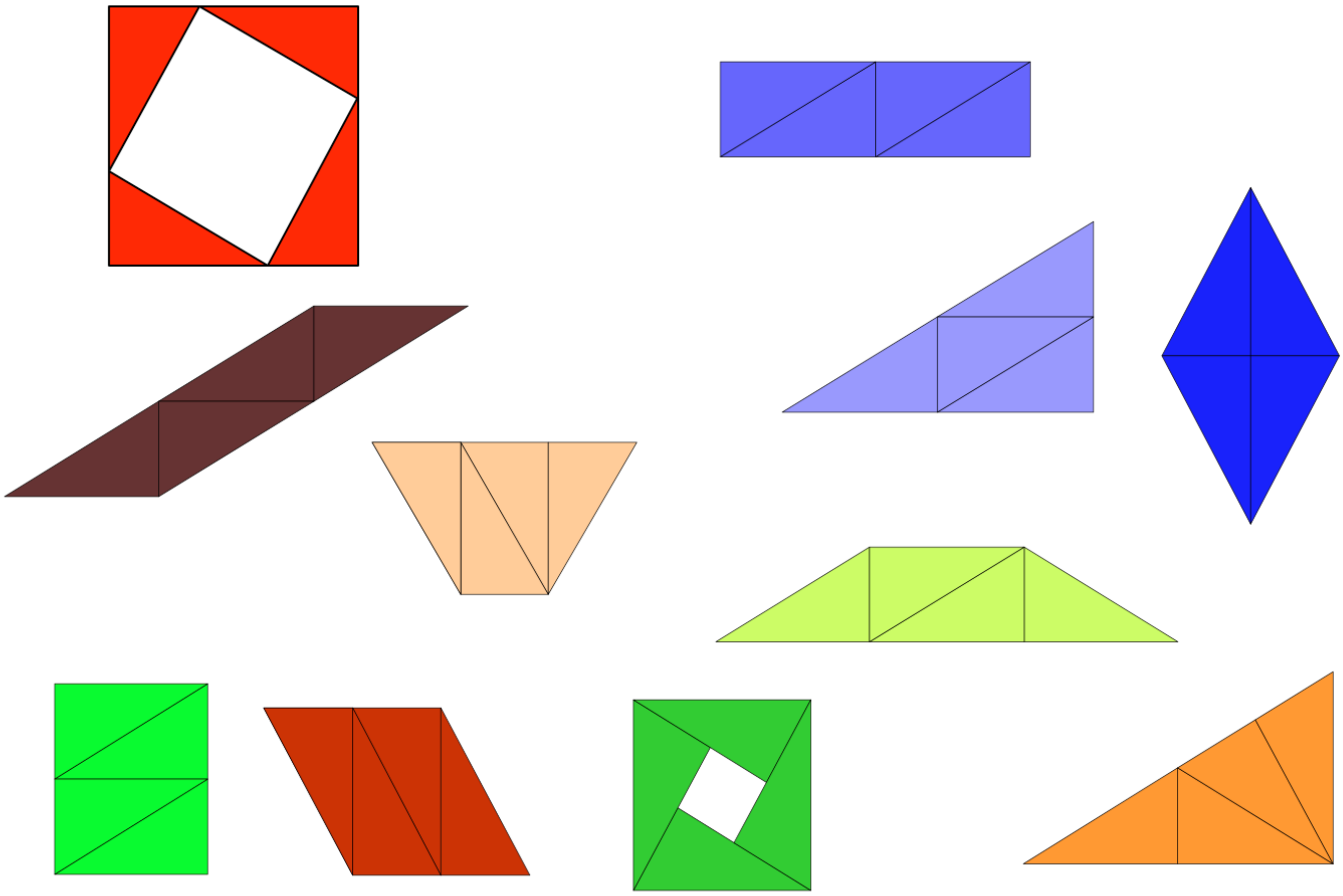


Figura 5. Possibili accostamenti di quattro triangoli rettangoli congruenti con angoli di ampiezza 30° - 60° - 90°.

Questi sono solo alcuni semplici esempi di come si possano costruire moduli per tassellare il piano, ponendo l'attenzione su come vengono accostati. Questi tasselli per la semplicità e velocità di costruzione, quindi per scopi didattici, non hanno giunti, ossia non sono previsti fogli di carta piegati in modo da permettere, laddove non sia possibile (per difficoltà intrinseca o per semplificare), l'aggancio dei moduli fra loro. Ricordiamo infatti che nell'origami è vietato l'utilizzo di collanti. Si tratta comunque di origami modulare, una tecnica origami in cui ciascun foglio di carta viene piegato in un modulo e successivamente i moduli vengono assemblati in una figura composta utilizzando apposite "alette" e "tasche" formate durante il procedimento di piegatura, oppure giunti. Tuttavia come già precisato, in queste attività i giunti sono perlopiù inutili. I tasselli possono essere manovrati meglio, spostati di posizione ed è possibile così trovare nuove e stimolanti configurazioni e/o tassellazioni. E' a discrezione dell'insegnante, poi, far "incollare" sul quaderno o su un tabellone in classe i moduli così da rendere definitiva la composizione.

Esiste la possibilità di costruire tassellazioni piane utilizzando un foglio unico (vedi sitografia): esse sono molto suggestive ma la loro complessità è notevole e la loro realizzazione richiede molto tempo; per cui non sempre sono adatte nella didattica elementare.

Materiali

Attrezzature:

- ✓ Fogli in formato A3 e A4 e carta da origami mono e bicolore.

3. Spazi necessari

Gli spazi necessari per piegare la carta si riducono allo spazio di un’aula.

Sitografia

https://www.matematicamente.it/staticfiles/approfondimenti/C.Sintini-Tassellatura.pdf
https://archive.bridgesmathart.org/1998/bridges1998-55.pdf
https://michal.kosmulski.org/origami/instructions.html
https://www.origami-resource-center.com/origami-tessellations.html
https://paolobascetta.format.com/origami2d
www.bascetta.bigcartel.com
www.origami-cdo.it

Tassellazioni
Dipartimento formazione e apprendimento,
Scuola universitaria professionale della svizzera italiana (SUPSI).
Autori: Paolo Bascetta e Francesco Decio

Una pubblicazione del progetto *Communicating Mathematics Education*
Finanziato dal Fondo nazionale svizzero per la ricerca scientifica.
Responsabile del progetto: Silvia Sbaragli,
Centro competenze didattica della matematica (DdM).

I testi hanno subito una revisione redazionale curata
dal Centro competenze didattica della matematica (DdM).

Progetto grafico: Jessica Gallarate
Impaginazione: Luca Belfiore
Servizio Risorse didattiche, eventi e comunicazione (REC)
Dipartimento formazione e apprendimento - SUPSI

Scuola universitaria professionale
della Svizzera italiana
SUPSI

FNSNF
Fonds national suisse
Schweizerischer Nationalfonds
Fondo nazionale svizzero
Swiss National Science Foundation