

La storia della Matematica nella didattica: Talete e il suo teorema

Bruno Iannamorelli¹

¹Università degli Studi dell'Aquila,
Dipartimento di Scienze Umane,
Viale Nizza, 2, 67100, L'Aquila, Italy
jannab@tiscali.it

Sunto

La Matematica, nella sua Storia, presenta tanti spunti da utilizzare nella pratica didattica allo scopo di facilitarne l'apprendimento. Ho scelto la figura di Talete non perché viene considerato il primo grande matematico greco, ma perché è un pensatore avvolto nella leggenda che ben si presta a svelare la nascita del teorema sconosciuto con il suo nome, almeno in Italia. Dall'osservazione e dall'argomentazione si passa alla formulazione e alla dimostrazione rigorosa: è questo il percorso che fanno i matematici e, forse, conviene che venga riproposto anche agli studenti. È un tentativo per rendere più appetibile la Matematica.

Parole chiave: geometria, triangoli simili, proporzioni, teorema di Talete.

1. Premessa

Tutto il sapere scolastico trova, o almeno trovava fino a qualche anno fa, una sua collocazione storica. Gli studenti di scuola secondaria riescono a individuare il secolo in cui sono vissuti Dante Alighieri, Alessandro Manzoni o Giacomo Leopardi. Conoscono la storia della letteratura di qualche paese straniero e avvertono che poeti e scrittori sono ancora oggi all'opera. Lo stesso dicasi per altre discipline. Invece dalla matematica imparata a scuola sembra che questa disciplina non abbia una storia e neppure una geografia. Quello che resta nel bagaglio culturale di coloro che si liberano della matematica appena usciti dalla scuola secondaria è che i Greci hanno scoperto tutto qualche secolo prima dell'era cristiana. I nomi dei matematici che si ricordano sono Pitagora, Euclide, forse Talete e Archimede e poi Newton e poi il vuoto. Leonardo Pisano, meglio conosciuto come Fibonacci, lo conosce chi ha letto il Codice da Vinci di Dan Brown, ma nei corsi scolastici di matematica viene molto spesso ignorato. Eppure, Fibonacci ha introdotto in Italia la matematica araba oltre al sistema di numerazione indiano che utilizziamo ancora oggi. È sicuramente un gigante e la sua opera in matematica è paragonabile a quella di Dante Alighieri nella letteratura. Si potrebbero citare altri giganti come Gauss, Eulero fino ai più recenti Peano, Hilbert, Thom, ... , ma procediamo con calma. Cerchiamo di riparare al danno proponendo un pezzo di storia della matematica non con il solo scopo culturale, ma con l'obiettivo di migliorare la didattica di questa disciplina. Cominciamo con il presentare un matematico greco che ben si presta a soddisfare il nostro intento.

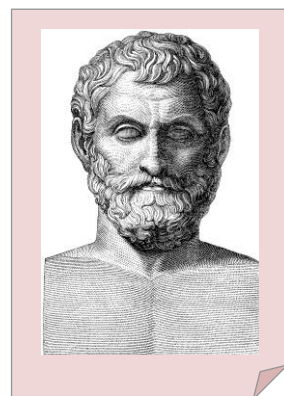
2. Talete di Mileto

Il primo filosofo della civiltà occidentale, come è stato indicato da Aristotele, è stato Talete. Vissuto sull'isola di Mileto in una famiglia proveniente dalla Fenicia o, forse, dalla Beozia. Secondo alcuni storici visse dal 640 al 562 a.C. e per altri dal 638 al 548 a.C. In ogni caso fu alquanto longevo (78 o 90 anni) da quello che si intuisce dall'epigramma di Diogene Laerzio:

*“Assistendo un tempo a una gara ginnica, Zeus Elio,
il sapiente Talete strappasti dallo stadio.
È bene che tu l'abbia accolto: ormai vecchio,
dalla terra non vedeva più le stelle”.*

Dallo stesso Diogene Laerzio apprendiamo che sulla tomba del filosofo greco fosse inciso il seguente epitaffio:

*“Piccola tomba ma di gloria grande come il cielo
questa di Talete il sapientissimo”.*



La fama di Talete nel suo tempo e nei secoli successivi alla sua morte era principalmente legata alla previsione di una eclissi totale di sole, ben visibile in tutta l'Asia Minore, avvenuta il 28 maggio 585 a. C. (altre date in cui ci furono eclissi sono il 30 settembre 610 o il 31 luglio 597). Attualmente, la maggior parte degli storici e degli astronomi accettano come più probabile la data del 28 maggio 585 a.C. e ammettono che Talete fosse giunto alla corretta predizione conoscendo il periodo di 223 lunazioni dopo il quale le eclissi si riproducono approssimativamente nello stesso ordine. Non sappiamo se questa conoscenza derivi da attente osservazioni del filosofo di Mileto o se egli l'avesse appresa da astronomi babilonesi o sacerdoti egiziani. È provato che Talete ebbe rapporti con gli egiziani, ma è poco probabile che gli studiosi di Alessandria d'Egitto fossero disposti a rivelare ad un straniero un segreto così importante per prevedere le eclissi di sole. Ma perché è così importante quella eclissi? Riuscì a fermare gli eserciti dei Medi, che occupavano gran parte dell'odierno Iran, e quello dei loro rivali del regno di Lidia. Per fortuna, quei popoli non combattevano di notte e quando, in pieno giorno, si trovarono nell'oscurità decisero di deporre le armi riportando la pace nell'Asia Minore.

Di Talete si conoscono due aneddoti, entrambi firmati da grandi filosofi greci. Il primo si trova nel *Teeteto* di Platone dove a Socrate viene affidato il seguente racconto:

“Penso, Teodoro, al caso di Talete, il quale nell'intento di indagare le realtà astronomiche, rivolgeva lo sguardo verso l'alto, e cadde in un pozzo, suscitando lo scherno di una servetta tracia, arguta e graziosa, la quale gli disse che mentre desiderava conoscere le cose celesti non si avvedeva di quelle che gli stavano ai piedi”.

Il secondo aneddoto è riportato nella *Politica* di Aristotele:

“Si dice che Talete, mosso dal rimprovero alla sua povertà come prova dell'inutilità della filosofia, avendo previsto, in base ai suoi studi sugli astri, che vi sarebbe stata grande abbondanza di olive, ancora durante l'inverno impegnasse le sue poche ricchezze per versar caparre su tutti i frantoi di olive di Mileto e di Chio, fissandoli a poco prezzo, perché non ostacolati dalla concorrenza.

Ma quando giunse il tempo previsto, poiché molti si misero a cercare i frantoi tutti insieme e tutto d'un tratto, egli poté imporre il nolo che volle e, raccogliendo molte ricchezze, mostrare come ai filosofi sia facile arricchire solo che lo vogliano, ma che questo non è lo scopo per cui si affaticano. Si dice dunque che Talete a questo modo dimostrasse la sua sapienza”.

Si tratta di due aneddoti contrastanti tra loro: Platone mostra un Talete distratto e attento solo alle sue osservazioni astronomiche, mentre Aristotele dipinge un Talete che sa mettere a frutto le sue conoscenze per ottenere benefici economici. Probabilmente nessuno dei due aneddoti fornisce una immagine realistica del filosofo di Mileto. Forse Platone vuole mostrare la superiorità della speculazione scientifica su tutti gli accidenti terreni come il ritrovarsi in una pozza d'acqua e Aristotele, invece, vuole far capire agli stolti che il filosofo non si arricchisce solo perché non ritiene che sia di primaria importanza inseguire la ricchezza.

Questi due aneddoti sono stati ripresi da diversi autori celebri con alcune varianti: il pozzo che diventa una più realistica pozzanghera, la ricchezza accumulata da Talete non consiste in denaro ma in una gran quantità di olio. In ogni caso si tratta di eventi talmente lontani che non è possibile dimostrarne la veridicità, ma per l'uso didattico che vogliamo farne va bene rimanere nel vago della leggenda.

3. Una leggenda utile alla didattica

Il bello della leggenda è che ognuno può raccontarla come meglio crede senza seguire un copione ben definito. La versione della leggenda che presento riguarda Talete di Mileto ed ha lo scopo di facilitare l'apprendimento di uno strumento molto utile a risolvere problemi di geometria.

“ Talete è stato un pensatore dell'antica Grecia, forse il primo della civiltà occidentale, vissuto 600 anni prima dell'inizio dell'Era Cristiana . Era molto famoso nel suo tempo per aver previsto una eclissi di sole ricordata ancora oggi perché quel buio improvviso in pieno giorno aveva fermato due eserciti che si contendevano il dominio dell'asia Minore. Cosa aveva fatto per prevedere quel fenomeno astronomico? Aveva osservato per alcuni decenni le eclissi che si susseguivano sul cielo della sua isola, Mileto. Forse alle sue osservazioni aveva aggiunto quelle di qualche sacerdote egizio ed era giunto alla conclusione che le eclissi di sole si ripetono con regolarità ogni 15 anni circa. I sacerdoti egizi, come pure quelli babilonesi, erano grandi osservatori dei fenomeni celesti e avevano raccolto una notevole mole di informazioni. Talete continuò la tradizione delle osservazioni e iniziò a pensare... Si pose domande simili a quelle che ancora oggi si pongono i bambini che frequentano la Scuola dell'Infanzia se non vengono prematuramente distratti dai giochi presenti su cellulari o tablet della mamma o del papà. È abbastanza frequente sentire da un bambino/a domande del tipo: “Dove va a dormire il sole? Perché al mattino si sveglia dalla parte opposta? Dove finisce il mare?...”. Talete si sarà posto queste domande e cominciò a cercare delle risposte. Infatti una bella definizione di scienziato è: “Lo scienziato è colui che ha avuto la fortuna di conservare la curiosità del bambino”.

In questa sua attività prolungata di osservazioni astronomiche, Talete riuscì in pieno inverno a prevedere una stagione particolarmente favorevole al raccolto delle olive nell'autunno successivo. La coltivazione dell'ulivo a Mileto era l'attività agricola prevalente e la previsione di un raccolto abbondante dopo anni di scarsa produzione stuzzicò la fantasia del nostro pensatore. Talete non possedeva uliveti, ma ebbe l'idea di acquistare tutti i frantoi esistenti sulla sua isola e sull'isola di Chio. Si trattava di un'ottima idea perché la grande produzione di olive avrebbe richiesto tanto lavoro per i frantoi. Ben presto si presentò una difficoltà: il nostro pensatore non aveva i denari per una tale operazione economica! È vero che se uno pensa non accumula denaro, ma il pensare aiuta. Infatti, Talete superò l'ostacolo versando solo modeste caparre per l'acquisto dei frantoi. I proprietari dei frantoi accettarono di buon grado la proposta sicuri che una persona affidabile avrebbe saldato i debiti e le loro macine avrebbero continuato a rimanere ferme come negli ultimi anni di scarso raccolto di olive.

In autunno si verificò il raccolto eccezionale previsto da Talete e tutti i frantoi da lui accaparrati lavorarono a pieno regime per alcuni mesi. I contadini che portavano le olive a macinare non erano in grado di pagare in denaro e lasciavano al nostro pensatore una certa percentuale di olio ottenuto dalla macinatura. Talete si ritrovò con un gran numero di orci pieni di olio e, dopo aver saldato il debito con i proprietari dei frantoi, non poteva certo rivendere l'olio eccedente ai suoi compaesani

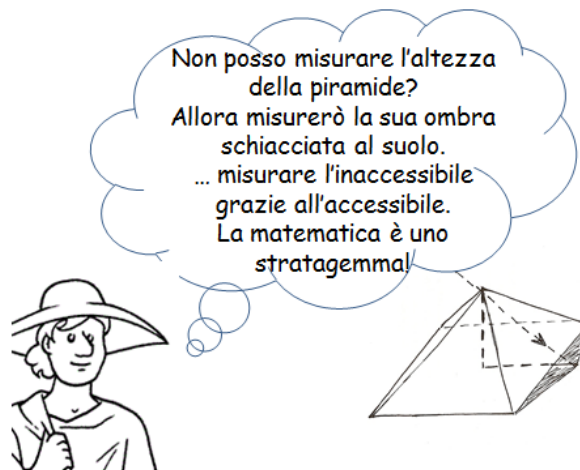
né scambiarlo con altri beni. Fu così che pensò di affittare una barca, di caricarla di orci d'olio e di andare a venderlo ad Alessandria d'Egitto, la città più grande esistente nelle vicinanze di Mileto. Nella grande città egizia Talete riuscì a vendere tutto il suo olio e pensò bene di concedersi un periodo di vacanza. Salpò con la sua barca e si diresse a sud navigando sul Nilo. Ben presto dopo un'ansa del grande fiume gli apparve la piramide di Cheope che si stagliava sulle altre piramidi.



Chissà come doveva essere bella la piramide duemila e seicento anni fa! Un turista qualunque si sarebbe limitato ad emettere esclamazioni di stupore il nostro pensatore, invece, si pose il problema di misurare l'altezza di quel meraviglioso edificio. Cercò un attracco e scese dalla barca per ammirare da vicino la piramide girandole intorno. Si trattava di un turista speciale e, infatti, cominciò a pensare...

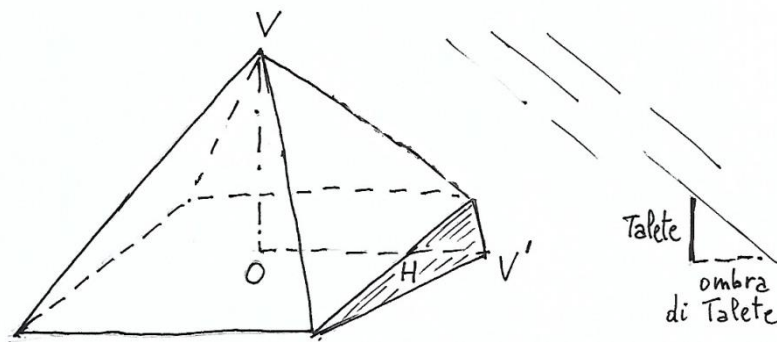


Sembra un'idea banale, ma quanti hanno verificato che se l'ombra della propria testa proiettata a terra ha una lunghezza doppia di quella della testa stessa allora anche l'ombra dell'intero corpo è lunga il doppio del corpo? In fondo, le idee dei grandi matematici nascono quasi sempre da semplici osservazioni e la matematica diventa uno stratagemma per risolvere problemi concreti difficili.



A questo punto sembra tutto risolto, ma ... bisogna aver pazienza!

L'ombra della piramide deve uscire fuori dalla sua base. Inoltre, l'ombra dell'asse della piramide deve essere perpendicolare a un lato di base della piramide e bisogna attendere che l'ombra di Talete sia uguale alla sua altezza, cioè i raggi del sole devono essere inclinati di 45° rispetto al terreno. Talete non aveva la guida turistica che lo pressava per continuare la crociera sul Nilo e poteva aspettare l'occasione favorevole: per misurare l'ombra dell'asse della piramide basta misurare la distanza del vertice V' del triangolo-ombra dal lato della piramide e a questo numero sommare la metà del lato di base.



In quel preciso istante l'assistente del pensatore greco piantò sul terreno un picchetto sul vertice del triangolo-ombra della piramide e misurò:

- *l'ombra dell'asse della piramide che esce dalla base della piramide $HV' = 18$ volte l'altezza di Talete;*
- *la metà del lato di base della piramide $OH = 67$ volte l'altezza di Talete.*

Pertanto, la piramide di Cheope era alta 85 talete".

La leggenda finisce qui e possiamo fare alcune considerazioni:

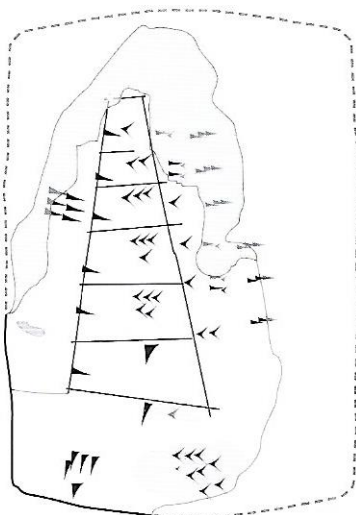
1. Se l'altezza di Talete varia tra 1,6 e 1,7 metri allora la grande piramide ha un'altezza oscillante tra 136 m e 144 m. Cercando conferma sul web si trovano numeri calcolati di recente che vanno da 138,8 m a 146 m. Questo conferma che i valori esposti nella leggenda non sono stati scelti a caso.
2. Esistono riferimenti storici che avvalorano la leggenda di Talete che calcola l'altezza della piramide, ma sono contraddittori. Infatti, secondo Diogene Laerzio un discepolo di Aristotele, Gerolamo da Rodi, "... riferisce avere Talete calcolato l'altezza delle piramidi mediante

l'ombra, osservando il momento in cui la nostra ombra è della stessa altezza di noi". [Loria, 1914, p.21].

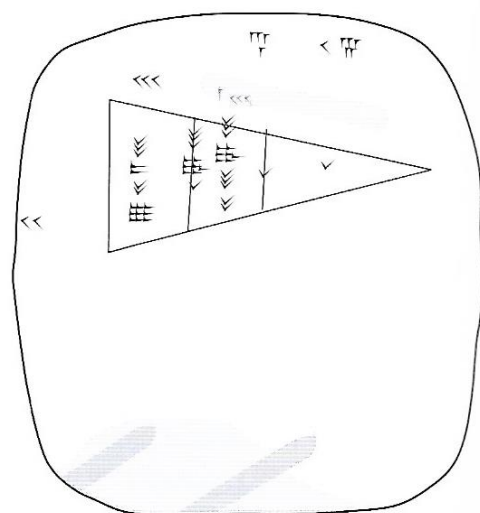
Mentre Plutarco, nel *Banchetto dei sette saggi*, fa parlare Nilosseno rivolto a Talete:

"Benché egli [il faraone Amasis] ti ammiri anche per altre cose, pure egli premia sopra tutte la misura delle piramidi, giacché tu, senza fatica alcuna e senza ricorrere ad istrumenti, ma col solo infiggere un bastone all'estremo dell'ombra proiettata dalla piramide, hai dimostrato, servendoti dei due triangoli risultanti dai contatti col raggio luminoso, che un'ombra ha all'altra lo stesso rapporto che ha l'asse della piramide al bastone". [Loria, 1914, p.21].

Delle due versioni è forse più attendibile la prima, come sostiene lo storico della matematica Gino Loria, perché Plutarco scrive un'opera letteraria e, forse, si lascia prendere la mano attribuendo a Talete conoscenze sulle proporzioni. D'altra parte, sono state ritrovate e decifrate svariate tavolette babilonesi, risalenti a quattromila anni fa, con triangoli o trapezoidi tagliati da parallele a un lato di questi. Si tratta di esercizi di geometria in cui il maestro nasconde qualche dato, la lunghezza di un segmento o l'area di un triangolo o trapezio contenuti nella figura, e chiede agli allievi di determinarli applicando opportune proporzioni. Pertanto, non è da escludere l'ipotesi che Talete sia venuto a conoscenza delle proporzioni applicate nella risoluzione di problemi.



Tav. MS 1938/2



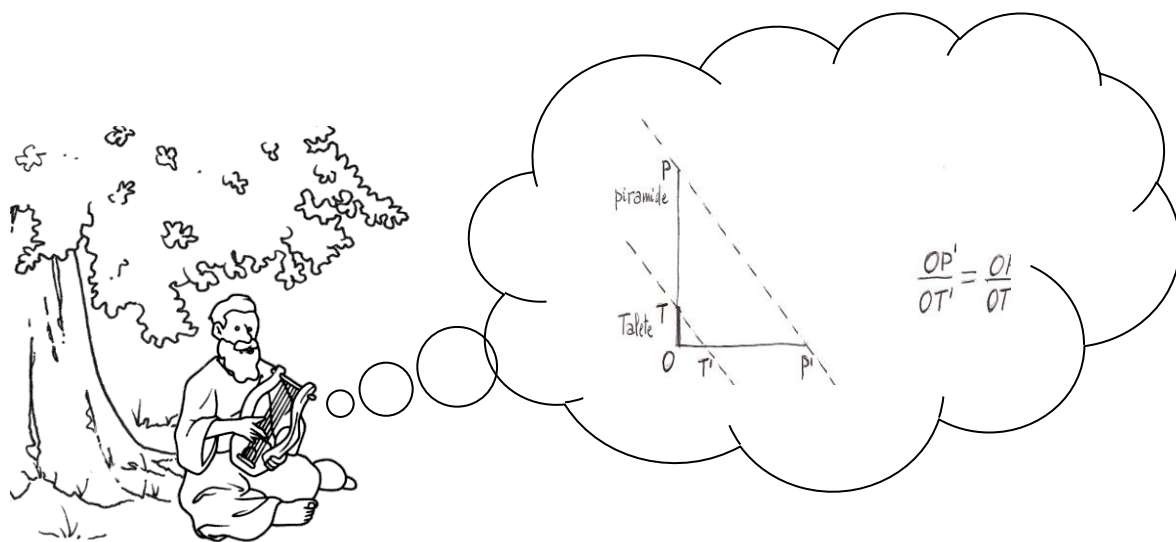
Tav. MS 3908

3. Potremmo continuare a discutere sulle difficoltà di misurazione dell'ombra della piramide e, infatti, qualcuno ha suggerito che Talete sia riuscito con le ombre a calcolare l'altezza di un obelisco [Loria, 1914, p.21]. Di queste difficoltà si renderà conto l'insegnante che vorrà calcolare l'altezza di una torre o di un campanile e, a scuola, è meglio iniziare a misurare paletti o alberi.
4. Da un punto di vista teorico si potrà dire che Talete e la scuola ionica rappresentano solo il passaggio dalla geometria pratica degli Egizi o dei Babilonesi alla geometria razionale dei Greci. Infatti, quello che in Italia chiamiamo teorema di Talete è stato dimostrato rigorosamente da Euclide nel libro VI degli *Elementi di Geometria* e l'enunciato è il seguente:

Prop.2. *Se in un triangolo si conduce una retta parallela ad uno dei lati, essa divide gli altri due lati proporzionalmente; e, se i lati del triangolo sono secati in proporzione, allora la retta congiungente i punti delle sezioni è parallela al restante lato del triangolo.*

Nei testi scolastici di geometria le parallele diventano più di due, si parla di un fascio di rette parallele tagliate da due trasversali e su queste i segmenti corrispondenti sono in proporzione. Agli studenti resta la magra consolazione dell'applicazione del teorema di Talete per dividere un qualunque segmento in parti uguali o dell'utilizzo dello stesso nei triangoli simili. In ogni caso, si tratta di un teorema difficile da digerire e lo si cerca nella memoria solo quando non è applicabile né il più famoso teorema di Pitagora né uno dei due teoremi di Euclide: Talete rappresenta l'ultima carta da giocare nella risoluzione di esercizi di geometria.

Legare il teorema alla leggenda di Talete che calcola l'altezza della piramide, immaginare il pensatore greco con i piedi al centro della base della piramide con i raggi del sole che rappresentano il fascio di rette parallele mentre le due trasversali sono la retta orizzontale e la verticale ... forse può aiutare gli studenti a comprendere e ad apprezzare meglio un teorema, ma anche a ripercorrere il cammino fatto dai matematici: è dall'osservazione delle ombre che nasce il teorema. La formulazione e la dimostrazione rigorosa fatta da Euclide nasconde tutto questo percorso e danneggia l'apprendimento.



Bibliografia

D'Amore B. – Fandino Pinilla, M., (2014). La nonna di Pitagora. Bari: Ed. Dedalo

D'Amore B. – Sbaragli S., (2017), La Matematica e la sua Storia vol.1. Bari: Ed. Dedalo

Friberg J., (2007). A remarkable collection of Babilonian Mathematical texts. New York: Springer.

Friberg J., (2007). Amazing traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics. Singapore: World Scientific Publishing.

Loria G., (1914). Le scienze esatte nell'antica Grecia. Milano: Hoepli.