

Equistereo caricature



Titolo
Equistereo caricature

Autori
Andrea Centomo

Sede di lavoro
Liceo "F. Corradini" di Thiene (VI) – Italia

Età
14 – 18 anni

Parole chiave
Proiezione stereografica; proiezione equirettangolare;
immagini digitali; tecnologia

L'utilizzo degli strumenti informatici e dei social media pone lo studente in costante contatto con immagini digitali. Per questo motivo è importante che di questo tipo di oggetto egli abbia consapevolezza, almeno a grandi linee, sia dal punto di vista della struttura che delle possibilità di manipolazione.

1. Presentazione

L'utilizzo degli strumenti informatici e dei social media pone lo studente in costante contatto con immagini digitali. Per questo motivo è importante che di questo tipo di oggetto egli abbia consapevolezza, almeno a grandi linee, sia dal punto di vista della struttura che delle possibilità di manipolazione.

Prendiamo l'esempio semplice di un'immagine in formato bitmap¹ in bianco e nero. Se la si apre con un editor per numeri esadecimali sarà facile vedere come, a parte il preambolo, essa altro non sia che una tabella di numeri esadecimali compresi tra 0 e FF. Ad ogni numero corrisponde una tonalità di grigio del pixel corrispondente

dell'immagine. Andando a modificare la posizione e il valore di questi numeri esadecimali si possono cambiare le caratteristiche dell'immagine e in questo consiste, in parole povere, l'essenza del concetto di filtro di un'immagine. Il filtraggio di un'immagine può avvenire in molti modi diversi, più o meno complessi, tutti però riconducibili a concetti matematici.

In questa attività si mostra come utilizzando un filtro che compone opportunamente due sole trasformazioni geometriche della sfera nel piano si possa costruire, a partire dall'immagine digitale di un ritratto, una sua caricatura.

2. Descrizione Fasi

FASE 1: Creazione dell'immagine digitale

In questa prima fase si richiede di creare un'immagine digitale di un ritratto o scaricarla della rete.

Nel nostro esempio è stata usata come immagine di partenza l'immagine digitale (public domain) della matematica scozzese Mary Somerville (1780 – 1872) presa da Wikipedia Commons e in formato jpeg (Figura 1). L'immagine è quadrata, di 2000x2000 pixel e si può scaricare cliccando il [link](#).

Sulla scelta dell'immagine digitale si ha la più ampia libertà sia dal punto di vista del soggetto, che del formato (png, jpeg ecc.).

In relazione al formato scelto sarà opportuno spendere qualche parola sulle sue caratteristiche tecniche (compresso o non compresso, a colori o in bianco e nero ecc.).

Per quanto riguarda il soggetto, se come nel nostro caso si tratta di un personaggio storico di rilievo, sarà opportuno darne un inquadramento di carattere culturale.



Figura 1. Immagine di Mary Somerville.

FASE 2: Utilizzo del software GIMP

Si richiede ora di aprire l'immagine con il software di manipolazione delle immagini digitali GIMP e applicare il filtro "piccolo pianeta" (Filtri → Mappe → Piccolo pianeta) con zoom 40. Si ottiene così la Figura 2.

Si può osservare e discutere con gli allievi l'adeguatezza o meno della figura scelta inizialmente. In questo caso si evidenzia come l'immagine non sia stata scelta in modo ottimale in quanto una volta applicato il filtro rimane una zona nera triangolare estranea al contesto. In un secondo momento si potrà ragionare sulle caratteristiche e sulle dimensioni dell'immagine di partenza in modo da evitare questo problema. Attraverso prove e tentativi in questa fase emergono argomentazioni critiche e ragionate circa la scelta dell'immagine iniziale.



Figura 2. Immagine trasformata con il filtro "piccolo pianeta" (little planet)

1. <https://en.wikipedia.org/wiki/Bitmap>

FASE 3: Elaborazione dell'immagine trasformata

A questo punto gli studenti possono ruotare l'immagine, ritagliarla e ritoccarla ottenendo la Figura 3 ad esempio.

Questo passaggio richiede un minimo di padronanza delle funzionalità di fotoritocco rese disponibili dal software GIMP. Se il docente lo reputa necessario o interessante è possibile prevedere una fase propedeutica di formazione sugli aspetti tecnici prin-

cipali di tale software.

La manipolazione dell'immagine può anche essere più articolata comprendendo, solo per fare un esempio, l'aggiunta di una cornice in modo da ottenere la figura con la caricatura definitiva (Figura 4). Tuttavia ai fini del discorso matematico che faremo queste rifiniture sono inessenziali.



Figura 3. Immagine rielaborata.



Figura 4. Caricatura di Mary Somerville.

FASE 4: Aspetti matematici nascosti nel filtro

Dopo aver dato spazio alla sperimentazione libera degli allievi il docente propone una spiegazione, da un punto di vista matematico, del funzionamento del filtro “piccolo pianeta”. A seconda del livello scolastico in cui si propone l’attività, questa fase può essere più o meno formalizzata, prevedendo una lezione frontale o più laboratoriale o di scoperta nel caso in cui gli allievi abbiano già gli strumenti matematici adeguati.

Il filtro implementa due trasformazioni geometriche:

1. l'inversa di una proiezione equirettangolare che proietta l'immagine rettangolare di partenza A in un'immagine B su una sfera;

2. una proiezione stereografica che trasforma B in un'immagine piana digitale che sarà l'equistereo caricatura di A.

L'insegnante troverà nell'[Allegato 1](#) una spiegazione sufficientemente approfondita della matematica del filtro.

La spiegazione della matematica che si cela dietro al filtro rappresenta un passaggio chiave di questa attività. Il livello di approfondimento e le modalità con cui si introducono le due proiezioni sono strettamente legate al livello scolastico e alle caratteristiche della classe in cui si opera e ciò apre a diversi collegamenti: in modo particolare con la cartografia e con il concetto di GIS (Geographic Information System). L'insegnante può trovare alcuni spunti per questo sempre nell'[Allegato 1](#).

FASE 5: Sperimentazione concreta delle due trasformazioni geometriche

Può essere interessante associare le formulazioni matematiche delle trasformazioni introdotte con una sperimentazione concreta attraverso materiali ad hoc.

Gli effetti della proiezione stereografica possono essere visualizzati ad esempio utilizzando una fonte luminosa (torcia o lampadina) posizionata sul polo Nord di una sfera di plexiglass trasparente sulla quale sono stati disegnati alcuni paralleli e meridiani. La luce proietta sul piano in cui è appoggiata la sfera le curve disegnate e mostra gli effetti della trasformazione dalla sfera al piano (Figura 5).

Per quanto riguarda la proiezione equirettangolare è possibile visualizzarne gli effetti (almeno in parte) utilizzando una sfera analoga alla precedente a cui è stato attaccato un foglio rettangolare tangente all'equatore. Attraverso una fonte luminosa posizionata sufficientemente lontano dalla sfera, in modo che i raggi siano approssimativamente paralleli, le linee tracciate sulla sfera vengono proiettate sul foglio in tratti orizzontali e verticali rispetto al foglio, ossia paralleli ai lati del foglio rettangolare (Figura 6).



Figura 5. Proiezione stereografica.

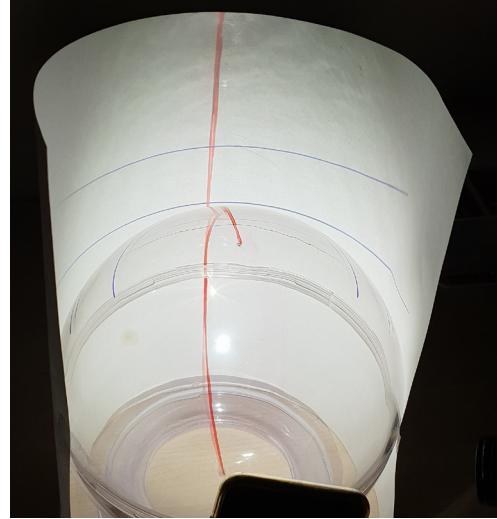


Figura 6. Proiezione equirettangolare.

FASE 6: Analisi e studio del codice sorgente

Questa fase è a discrezione del docente. Per studenti con competenze informatiche avanzate è possibile proporre lo studio del codice sorgente nel linguaggio C del filtro “piccolo pianeta”² o l’implementazione delle due trasformazioni in qualche linguaggio di programmazione studiato a scuola.

Materiali

Attrezzature: ✓ personal computer; ✓ sfera di plexiglass fornita di strumentazione per il disegno di paralleli e meridiani.

Supporti digitali: software open source di manipolazione delle immagini digitali GIMP.

Materiali cartacei: descrizione sintetica delle trasformazioni di proiezione equirettangolare e stereografica adattate al livello scolare a cura dell’insegnante e loro applicazioni.

3. Spazi necessari

Laboratorio di informatica o personal computer dotati del software necessario.

Bibliografia e sitografia

- Farkas, G. (2017). *Practical GIS*. Packt Publishing.
Schnider, J. P. (1993). *Flattening the Earth: Two Thousand Years of Map Projections*. University of Chicago Press.

Siti utili

- <https://en.wikipedia.org/wiki/Bitmap>
<https://en.wikipedia.org/wiki/JPEG>
<https://www.gimp.org/>

2. <https://gitlab.gnome.org/GNOME/gegl/blob/master/operations/common/little-planet.c>

Equistereo caricature

Dipartimento formazione e apprendimento,
Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana (SUPSI).
Autori: Andrea Centomo

Una pubblicazione del progetto *Communicating Mathematics Education*
Finanziato dal Fondo nazionale svizzero per la ricerca scientifica.
Responsabile del progetto: Silvia Sbaragli,
Centro competenze didattica della matematica (DdM).

I testi hanno subito una revisione redazionale curata
dal Centro competenze didattica della matematica (DdM).

Progetto grafico: Jessica Gallarate
Impaginazione: Luca Belfiore
Servizio Risorse didattiche, eventi e comunicazione (REC)
Dipartimento formazione e apprendimento - SUPSI

**Equistereo caricature**

è distribuito con Licenza Creative Commons
Attribuzione - Condividi allo stesso modo 4.0 Internazionale