Magie al quadrato

Modalità di esecuzione

1. Traccia su un foglio uno schema quadrato, di dimensioni 4×4, come il seguente.

2. Chiedi a uno spettatore di scegliere un numero intero, maggiore di 30, e di scriverlo su un foglietto, senza farlo vedere agli altri.
3. Guarda il numero scritto dallo spettatore, ripiega il foglietto e chiudilo in una busta.
4. In ciascuna delle sedici caselle della matrice, scrivi un diverso numero intero, a tuo completo arbitrio. Supponiamo, ad esempio, che lo spettatore abbia scelto il numero 50 e che tu abbia riempito la matrice nel seguente modo.

5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

5. Invita gli altri spettatori a scegliere, di comune accordo, uno qualsiasi dei sedici numeri contenuti nella matrice.
6. Evidenzia il numero che ti viene comunicato e cancella tutti quelli che si trovano lungo la sua stessa riga e la sua stessa colonna. Nel caso in esame, se venisse scelto, ad esempio il numero 6, dovresti generare una configurazione analoga alla seguente.

5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

7. Continua, invitando il pubblico a scegliere uno dei numeri che non hai cancellato (nel caso in esame: 9, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20).
8. Come prima, evidenzia il numero che ti viene comunicato e cancella tutti quelli che si trovano lungo la sua stessa riga e la sua stessa colonna. Nel caso in esame, se venisse scelto, ad esempio, il numero 15, dovresti generare una configurazione analoga alla seguente.

5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

9. Invita di nuovo il pubblico a scegliere uno dei numeri che non hai ancora cancellato (nel caso in esame: 9, 12, 17, 20).
10. Ancora una volta, evidenzia il numero che ti viene comunicato e cancella tutti quelli che si trovano lungo la sua stessa riga e la sua stessa colonna. Nel caso in esame, se venisse scelto, ad esempio, il numero 12, dovresti generare una configurazione analoga alla seguente.

5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20

11. Essendo rimasto un numero solo (nel caso in esame: 17), evidenzialo direttamente, in quanto la scelta sarebbe obbligata.

12. Esegui la somma dei quattro numeri scelti (nel caso in esame: 6 + 15 + 12 + 17 = 50), apri la busta e mostra al pubblico che, prodigiosamente, il valore così ottenuto coincide con quello che aveva scelto all'inizio lo spettatore (nel caso in esame: 50, appunto!).

Accorgimenti da seguire

Dopo aver conosciuto il valore n scelto dallo spettatore devi eseguire le seguenti operazioni.

a) Calcola (possibilmente a mente) il quoziente intero della divisione: $(n–30)/4$.

b) Poni il valore ottenuto nella prima casella in alto a sinistra della matrice e riempi le altre caselle, in base alle seguenti indicazioni.

b_1) Se il resto della divisione che hai eseguito è uguale a 0, devi scrivere i numeri nelle caselle, procedendo da sinistra verso destra e dall'alto verso il basso, aumentando ogni volta di un'unità il valore precedente (in maniera rigorosa, senza alcuna discontinuità).
Se, ad esempio, venisse scelto n = 34, il quoziente intero della divisione (34–30)/4 sarebbe 1, con il resto di 0; quindi, dovresti riempire la matrice nel seguente modo.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

b_2) Se il resto della divisione che hai eseguito è diverso da 0, devi scrivere i numeri in maniera analoga alla precedente, badando a saltare, però, un'unità all'inizio della riga il cui numero di posizione, a contare dal basso, è uguale al resto ottenuto.
Ad esempio, se venisse scelto n = 35, il quoziente intero della divisione (35 – 30) / 4 sarebbe 1, con il resto di 1; quindi, dovresti saltare un'unità all'inizio della 1ª riga a contare dal basso, come indicato nello schema seguente.

	1	2	3	4
	5	6	7	8
	9	10	11	12
→	14	15	16	17

Se, invece, venisse scelto n = 36, il quoziente intero della divisione (36–30)/4 sarebbe 1, con il resto di 2; quindi, dovresti saltare un'unità all'inizio della 2ª riga a contare dal basso, come indicato nello schema seguente.

	1	2	3	4
	5	6	7	8
→	10	11	12	13
	14	15	16	17

Se, infine, venisse scelto n = 37, il quoziente intero della divisione (37–30)/4 sarebbe 1, con il resto di 3; quindi, dovresti saltare un'unità all'inizio della 3ª riga a contare dal basso, come indicato nello schema seguente.

	1	2	3	4
→	6	7	8	9
	10	11	12	13
	14	15	16	17

N.B.: Se qualche spettatore ti dovesse chiedere come mai hai saltato un'unità nel riempire la matrice, potresti candidamente rispondere che ti sei distratto, ma che cercherai di far riuscire il gioco ugualmente.

Spiegazione del trucco

Perché il gioco riesca sempre, dobbiamo essere in grado di riempire le caselle della matrice in maniera tale che, ogni possibile insieme di quattro numeri, scelti in modo da averne uno solo in ogni riga e in ogni colonna, generi sempre la stessa somma.
Per ottenere un simile risultato, è necessario inserire in ogni casella della matrice un valore uguale alla somma di due costanti, una relativa alla sua riga e l'altra alla sua colonna, come qui di seguito indicato.

	x	y	z	w
a	$a+x$	$a+y$	$a+z$	$a+w$
b	$b+x$	$b+y$	$b+z$	$b+w$
c	$c+x$	$c+y$	$c+z$	$c+w$
d	$d+x$	$d+y$	$d+z$	$d+w$

Con tale impostazione, ogni possibile insieme di quattro numeri, scelti in modo da non averne più di uno in ogni riga e in ogni colonna, genererà una somma uguale a quella di tutte le costanti assegnate alle righe e alle colonne, come mostrato nei due esempi qui di seguito.

	x	y	z	w
a	$a+x$	$a+y$	$a+z$	$a+w$
b	$b+x$	$b+y$	$b+z$	$a+w$
c	$c+x$	$c+y$	$c+z$	$a+w$
d	$d+x$	$d+y$	$d+z$	$d+w$

$$s_1 = (a+x) + (b+y) + (c+z) + (d+w) = \\ = a + b + c + d + x + y + z + w$$

	x	y	z	w
a	$a+x$	$a+y$	$a+z$	$a+w$
b	$b+x$	$b+y$	$b+z$	$b+w$
c	$c+x$	$c+y$	$c+z$	$c+w$
d	$d+x$	$d+y$	$d+z$	$d+w$

$$s_2 = (c+x) + (a+y) + (d+z) + (b+w) = \\ = a + b + c + d + x + y + z + w$$

Il trucco, quindi, consiste nel riuscire a costruire una matrice del genere, facendo in modo che la somma delle costanti assegnate alle righe e alle colonne sia uguale al numero *n*, scelto dallo spettatore all'inizio.

In teoria, è possibile raggiungere un simile obiettivo, adottando vari sistemi.
Il metodo più semplice e veloce, però, consiste nel porre un valore nella casella in alto a sinistra e riempire poi le altre caselle con valori incrementati di un'unità alla volta. In questo modo, si attribuiscono automaticamente le costanti: 0, 1, 2, 3 alle colonne e le costanti: *a*, *a*+4, *a*+8, *a*+12 alle righe.

	0	1	2	3
a	*a*	*a*+1	*a*+2	*a*+3
a+4	*a*+4	*a*+5	*a*+6	*a*+7
a+8	*a*+8	*a*+9	*a*+10	*a*+11
a+12	*a*+12	*a*+13	*a*+14	*a*+15

Sommando tutte le costanti di questa matrice, si ottiene:
$s = 0 + 1 + 2 + 3 + a + (a+4) + (a+8) + (a+12) = 4a + 30$.

Ora, il nostro obiettivo è che la somma *s* sia uguale al numero *n* scelto dallo spettatore. Quindi, possiamo ricavare il valore da inserire nella prima casella in alto a sinistra, ponendo:
$n = 4a + 30$
e ricavando:
$a = (n-30)/4$.

Questo ragionamento è valido, però, solo se la divisione effettuata dà come resto 0.
In caso contrario, dobbiamo modificare opportunamente i valori di alcune costanti, per compensare la differenza mancante. Un modo piuttosto semplice per raggiungere uno scopo del genere può essere quello qui di seguito indicato.

Se il resto è uguale a 1 (ovvero, se $n = 4a + 31$), incrementiamo di un'unità la costante relativa all'ultima riga (in pratica, dobbiamo saltare un'unità all'inizio della 1ª riga a contare dal basso), portandola ad assumere il valore *a*+13:

	0	1	2	3
a	*a*	*a*+1	*a*+2	*a*+3
a+4	*a*+4	*a*+5	*a*+6	*a*+7
a+8	*a*+8	*a*+9	*a*+10	*a*+11
a+13	*a*+13	*a*+14	*a*+15	*a*+16

In questo modo, la somma di tutte le costanti della matrice diventa:
$s = 0 + 1 + 2 + 3 + a + (a+4) + (a+8) + (a+13) = 4a + 31 = n$.

Se il resto è uguale a 2 (ovvero, se $n = 4a + 32$), incrementiamo di un'unità le costanti relative all'ultima e alla penultima riga (in pratica, dobbiamo saltare un'unità all'inizio della 2ª riga a contare dal basso) portandole ad assumere rispettivamente i valori *a*+9 e *a*+13.

	0	1	2	3
a	*a*	*a*+1	*a*+2	*a*+3
a+4	*a*+4	*a*+5	*a*+6	*a*+7
a+9	*a*+9	*a*+10	*a*+11	*a*+12
a+13	*a*+13	*a*+14	*a*+15	*a*+16

In questo modo, la somma di tutte le costanti della matrice diventa:
$s = 0 + 1 + 2 + 3 + a + (a+4) + (a+9) + (a+13) = 4a + 32 = n$.

Se il resto è uguale a 3 (ovvero, se $n = 4a + 33$), incrementiamo di un'unità le costanti relative all'ultima, alla penultima e alla terzultima riga (in pratica, dobbiamo saltare un'unità all'inizio della 3ª riga a contare dal basso), portandole ad assumere rispettivamente i valori *a*+5, *a*+9 e *a*+13.

	0	1	2	3
a	a	$a+1$	$a+2$	$a+3$
$a+5$	$a+5$	$a+6$	$a+7$	$a+8$
$a+9$	$a+9$	$a+10$	$a+11$	$a+12$
$a+13$	$a+13$	$a+14$	$a+15$	$a+16$

In questo modo, la somma di tutte le costanti della matrice diventa:
$s = 0 + 1 + 2 + 3 + a + (a+5) + (a+9) + (a+13) = 4a + 33 = n$.

Nota: Se il numero n scelto dallo spettatore fosse minore di 30, la differenza n–30 sarebbe negativa. Il gioco potrebbe essere eseguito ugualmente, ma sarebbe un po' più scomodo da gestire.