Altre magie in base 10

Numero 37

Modalità di esecuzione

1. Scrivi un numero naturale composto da tre cifre uguali.
   Ad esempio: 333.
2. Dividi questo numero per la somma delle sue cifre.

Il risultato sarà sicuramente 37.
In particolare, nel caso in esame:
$333 \div (3 + 3 + 3) = 333 \div 9 = 37$.

Spiegazione del trucco

Un numero naturale n, composto da una stessa cifra ("a") ripetuta tre volte, può essere espresso genericamente nel seguente modo:

$$n = (100a + 10a + a) = 111a$$

che corrisponde al dividendo.

Per quanto riguarda il divisore, consideriamo che la somma delle tre cifre è data da $a + a + a = 3a$. Se si divide n per la somma delle proprie cifre, si ottiene:

$$111a \div 3a = 111 \div 3 = 37$$

indipendentemente dalla cifra a considerata.

Numero 3087

Modalità di esecuzione

1. Scrivi un numero naturale composto da quattro cifre di valore decrescente.
   Ad esempio: 5432.
2. Ribalta le cifre di questo numero, ottenendone un altro con le quattro cifre in ordine crescente.
   Nel caso in esame, ribaltando le cifre di 5432 si ottiene: 2345.
3. Sottrai questo secondo numero dal precedente.
   Il risultato sarà sicuramente 3087.
   In particolare, nel caso in esame: $5432 - 2345 = 3087$.

Spiegazione del trucco

Un numero naturale n, composto da quattro cifre di valore decrescente ("a+3", "a+2", "a+1", "a"), può essere espresso genericamente nel seguente modo:

$$n = 1000(a+3) + 100(a+2) + 10(a+1) + a$$

che corrisponde al minuendo.

Il numero n', ottenibile ribaltando le cifre di n, può essere espresso nel seguente modo:

$$n' = 1000a + 100(a+1) + 10(a+2) + (a+3)$$

ottenendo così il sottraendo.

La differenza tra questi due numeri (essendo $n > n'$) genera:

$$\begin{aligned} n - n' &= 1000(a+3) + 100(a+2) + 10(a+1) + a - 1000a + \\ &\quad - 100(a+1) - 10(a+2) - (a+3) = \\ &= 1000(a + 3 - a) + 100(a + 2 - a - 1) + 10(a + 1 - a - 2) + \\ &\quad + a - a - 3 = \\ &= 1000 \times 3 + 100 \times 1 + 10 \times (-1) - 3 = 3100 - 13 = \mathbf{3087}. \end{aligned}$$

Numero 1089

Modalità di esecuzione

1. Scrivi un numero naturale composto da tre cifre non tutte uguali. In particolare, la prima cifra deve essere diversa dalla terza.
   Ad esempio: 377.
2. Ricava un altro numero, ribaltando le cifre di quello precedente.
   Nel caso in esame, ribaltando le cifre di 377 si ottiene: 773.
3. Sottrai il minore di questi due numeri dal maggiore.
   Nel caso in esame: 773 – 377 = 396.
4. Componi un nuovo numero, ribaltando il risultato ottenuto.
   Nel caso in esame, ribaltando le cifre di 396 si ottiene: 693.
5. Addiziona quest'ultimo numero al risultato precedente.
   Il risultato sarà sicuramente 1089.
   In particolare, nel caso in esame: 396 + 693 = 1089.

Nota: Nel caso in cui la prima differenza trovata (al punto 3) fosse composta da due cifre, devi farla precedere da una cifra zero non significativa.
Ad esempio: 564 – 465 = 99 → 099 + 990 = 1089.

Spiegazione del trucco

Un numero naturale n, formato da tre cifre non tutte uguali ("a", "b", "c", in particolare $a \neq c$), può essere scritto nel seguente modo:

$$n = 100a + 10b + c.$$

Quindi il numero n', ottenibile ribaltando le cifre di n, assume questa forma:

$$n' = 100c + 10b + a.$$

La differenza tra i due numeri (supponendo: $n > n'$) produce:

$$\begin{aligned} n - n' &= 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 100(a - c) - (a - c) = \\ &= 99(a - c) \end{aligned}$$

ovvero un multiplo di 99, più precisamente $99 \times (a - c)$, dove $(a - c)$ può assumere valori compresi tra 1 e 9. Si riportano nella seguente tabella i possibili valori per la differenza $n - n'$:

99 × 1	99 × 2	99 × 3	99 × 4	99 × 5	99 × 6	99 × 7	99 × 8	99 × 9
099	198	297	396	495	594	693	792	891

Osserviamo che quando si ribaltano le cifre di un multiplo di 99 si ottiene un altro multiplo di 99. In particolare, ribaltando le cifre del multiplo $99 \times k$ si ottiene il multiplo $99 \times (11 - k)$.

Quindi ribaltando le cifre della differenza $n - n' = 99 \times (a - c)$ si ottiene il numero:

$$n'' = 99 \times [11 - (a - c)] = 99 \times 11 - 99 \times (a - c) = 1089 - 99 \times (a - c)$$

e, addizionando i due valori, si ricava:

$$(n - n') + n'' = 99 \times (a - c) + 1089 - 99 \times (a - c) = \mathbf{1089}$$

indipendentemente dai valori di a e di c.

Il numero ripetuto

Modalità di esecuzione

1. Scrivi un qualsiasi numero naturale di tre cifre.
   Ad esempio: 345.
2. Riscrivi le stesse tre cifre di seguito alle precedenti, in modo da ottenere un numero di sei cifre composto da due parti uguali.
   Nel caso in esame: 345345.
3. Dividi per 7 il numero così ottenuto.
   Questa divisione sarà esatta. In particolare, nel caso in esame: 345345 ÷ 7 = 49335.
4. Dividi per 11 il nuovo risultato ottenuto.
   Anche questa divisione sarà esatta. In particolare, nel caso in esame: 49335 ÷ 11 = 4485.

5. Dividi per 13 il nuovo risultato ottenuto.
   Anche questa divisione sarà esatta. In particolare, nel caso in esame: $4485 \div 13 = 345$.

6. Sorprendentemente, il risultato finale coinciderà con il numero scelto all'inizio.
   In particolare, nel caso in esame: 345.

Spiegazione del trucco

Un numero naturale *n*, dato dalla ripetizione di un gruppo di tre cifre ("*abc*"), può essere scritto nel seguente modo:

1000"*abc*" + "*abc*" = 1001"*abc*".

Siccome $1001 = 7 \times 11 \times 13$, è evidente che, dividendo il numero in questione per 7, per 11 e per 13, si ottiene come risultato il numero "*abc*".

In particolare, nel caso esaminato in precedenza:
$1001 \times 345 \div (7 \times 11 \times 13) = 345$.