Magico Fermat

Preparazione

Per poter svolgere questo gioco in maniera rapida e funzionale, è opportuno che ogni tuo spettatore sia in possesso di una calcolatrice elettronica, oltre che di carta e penna.

Modalità di esecuzione

1. Prendi un foglio e, senza farti vedere dal pubblico, scrivici: «Zero». Ripiega il foglio e mettilo da parte.

2. Fornisci ai tuoi spettatori le seguenti istruzioni.

   a) Scrivete un numero naturale n a vostro piacimento (ad esempio, 4);
   b) Scegliete un numero primo qualsiasi p (ad esempio, 7);
   c) Elevate n a p (nel nostro caso, 4^7 = 16'384);
   d) Sottraete n dal valore così ottenuto (seguendo l'esempio, 16'384 – 4 = 16'380);
   e) Dividete per p questo nuovo risultato ed evidenziate il resto ottenuto (nel nostro esempio, 16'380 / 7 = 2'340, e il resto è zero);
   f) Pronunciate tutti, ad alta voce, il valore del resto risultante.

3. Sorprendentemente tutti in coro diranno: «Zero!»

4. Prendi il foglio che avevi messo da parte all'inizio, aprilo e mostra ai tuoi spettatori che avevi previsto quale risultato sarebbe stato ottenuto da tutti.

Accorgimenti da seguire

Se le indicazioni precedenti sono eseguite correttamente, non c'è alcun accorgimento particolare da seguire.

Spiegazione del trucco

Questo gioco si basa sul cosiddetto Piccolo Teorema di Fermat, che a erma quanto segue.

Se p è un numero primo e n è un numero naturale qualsiasi, le due seguenti divisioni euclidee forniscono lo stesso resto:

$$n^p / p \quad \text{e} \quad n / p.$$

Sulla base di tale assunto poniamo:

- q_1 = quoziente intero della divisione n^p / p,
- q_2 = quoziente intero della divisione n / p,
- r = resto comune alle due divisioni.

Possiamo quindi scrivere:

$n^p = q_1 \times p + r$

$n = q_2 \times p + r.$

Sottraendo le due espressioni otteniamo:

$n^p - n = q_1 \times p + r - q_2 \times p - r = (q_1 - q_2)\, p.$

La differenza $(q_1 - q_2)$ è sicuramente un numero naturale, dal momento che $q_1 > q_2$.

Ponendo $k = q_1 - q_2$, dunque si ottiene che $n^p - n = k\, p$, con k numero naturale.

Ciò significa che $n^p - n$ è divisibile per p; di conseguenza, il resto della divisione $(n^p - n) / p$ sarà sempre uguale a zero.