

Locarno, 20 agosto 2019

Il problema dei problemi

Rosetta Zan
rosetta.zan@unipi.it

L'attività di risoluzione di problemi

È un'attività cruciale in matematica

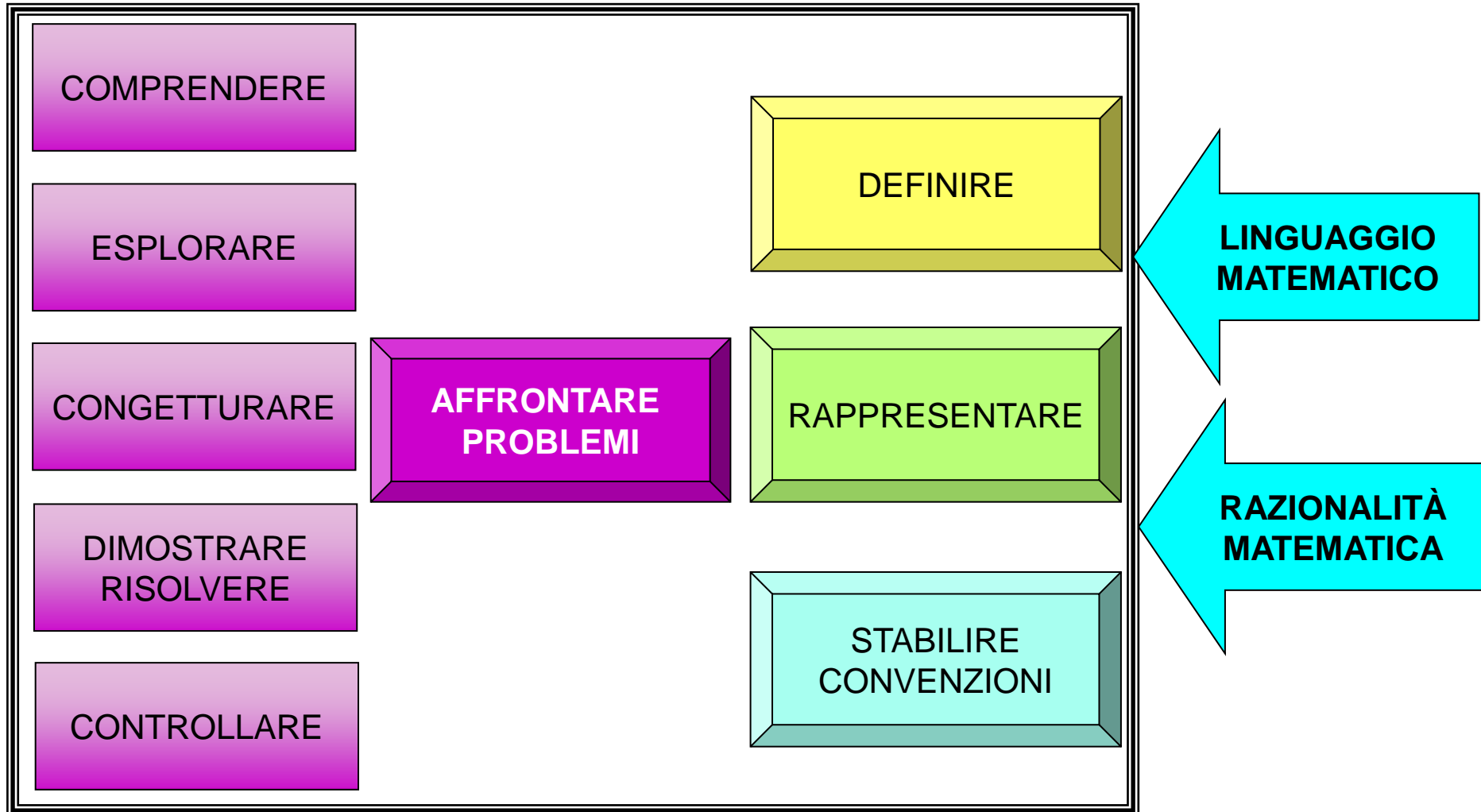
Paul Halmos, *The heart of mathematics*, 1980

In cosa consiste realmente la matematica? Assiomi? Teoremi? Dimostrazioni? Concetti? Definizioni? Teorie? Formule? Metodi?

La matematica sicuramente non potrebbe esistere senza questi ingredienti; sono essenziali.

Nonostante ciò possiamo ragionevolmente sostenere il punto di vista che nessuno di essi è il cuore della disciplina, che il motivo principale di esistenza per il matematico è risolvere problemi, e che, dunque, quello in cui consiste veramente la matematica sono problemi e soluzioni.

- nell'attività matematica sono centrali i **problemi**
- i **processi tipici della matematica** sono messi in moto dai problemi



L'attività di risoluzione di problemi

È un'attività cruciale anche nell'insegnamento della matematica

...cui l'insegnante dedica molte risorse

Ma è anche l'attività in cui si riscontrano le maggiori difficoltà degli allievi:

- nella pratica di tutti i giorni
- nelle prove di valutazione esterne (OCSE-PISA, INVALSI...)
- testimoniate dalla ricerca internazionale

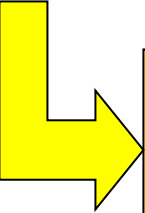
ISRAELE

Quale sarà la temperatura dell'acqua in un recipiente se metti *insieme* una caraffa d'acqua a 10° e una a 40°?”


$$10^{\circ} + 40^{\circ} = 50^{\circ}$$

STATI UNITI

Un camion dell'esercito può portare 36 soldati. Se bisogna trasportare 1128 soldati alla loro base, quanti camion servono?



45.000 studenti
"31 col resto di 12" (29%)
"31" (18%)

Su un battello ci sono 36 pecore.
10 muoiono affogate.
Quanti anni ha il capitano?

FRANCIA



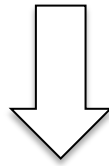
...i bambini 'rispondono' !

PROBLEMI REALI

PROBLEMI SCOLASTICI

...c'è una grossa frattura a livello di approccio e di processi risolutivi

...d'altra parte anche le caratteristiche sono molto diverse



stereotipi dei problemi standard

Alcuni stereotipi dei problemi

- sono presenti tutti e soli i dati necessari per rispondere;
- tali dati vanno combinati con una o più operazioni per ottenere la risposta;
- sono risolubili per lo più in poco tempo (naturalmente se un allievo li sa risolvere);
- per risolverli è necessario applicare conoscenze di matematica apprese (recentemente) a scuola;
- c'è sicuramente una e una sola soluzione.

dirigono l'interpretazione del testo



questi stereotipi

Non viene detto:

- che sono stati lucidati TUTTI gli scalini

Ma se non fosse così, il problema non si potrebbe risolvere!

La strega Pasticcia ordina ai suoi gattini Buffetto e Sandogatt di lucidare tutta la lunga scala che porta alla torre più alta del castello.

Buffetto lucida 20 scalini.

Sandogatt ne lucida solo 3.

La strega ne lucida 7 più di lui.

Quanti scalini ha quella scala?

Spiega il tuo ragionamento.


$$20 + 3 + 3 + 7 = 33$$

Non viene detto:

- che sono stati lucidati TUTTI gli scalini

Ma se non fosse così, il problema non si potrebbe risolvere!



E' un'interpretazione che deriva:

- *non* direttamente dal testo
- ma dalla situazione di comunicazione (contratto didattico)
- dall' accettare le 'regole del gioco' dei problemi (stereotipi)

IMPLICATURA

Su un battello ci sono 36 pecore.
10 muoiono affogate.
Quanti anni ha il capitano?

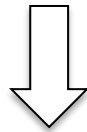
FRANCIA



...i bambini 'rispondono' !

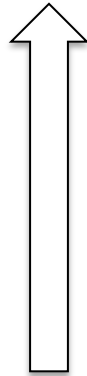
Ma gli stereotipi...

- Non riguardano solo la struttura matematica dei problemi
- Ci sono anche altri tipi di stereotipi che possono essere fonte di difficoltà per gli allievi



formulazione del problema

Perché è così importante?



formulazione del problema

PROBLEMI REALI

Sono **autoposti**:

Chi pone il problema è la stessa persona che lo deve (vuole) risolvere.

PROBLEMI SCOLASTICI

Sono **eteroposti**:

Chi pone il problema *non* è la stessa persona che lo deve risolvere.

Stamane mia figlia di 2 anni è malata e io devo andare a lavorare.

Carlo compra un quaderno e due penne. Spende 2 euro. Una penna costa 60 centesimi.
Quanto costa il quaderno?

PROBLEMI REALI

Sono **autoposti**:

Chi pone il problema è la stessa persona che lo deve (vuole) risolvere.

PROBLEMI SCOLASTICI

Sono **eteroposti**:

Chi pone il problema *non* è la stessa persona che lo deve risolvere.

Stamane mia figlia di 2 anni è malata e io devo andare a lavorare.



...non c'è bisogno della domanda!

PROBLEMI REALI

Sono **autoposti**:

Chi pone il problema è la stessa persona che lo deve (vuole) risolvere.

PROBLEMI SCOLASTICI

Sono **eteroposti**:

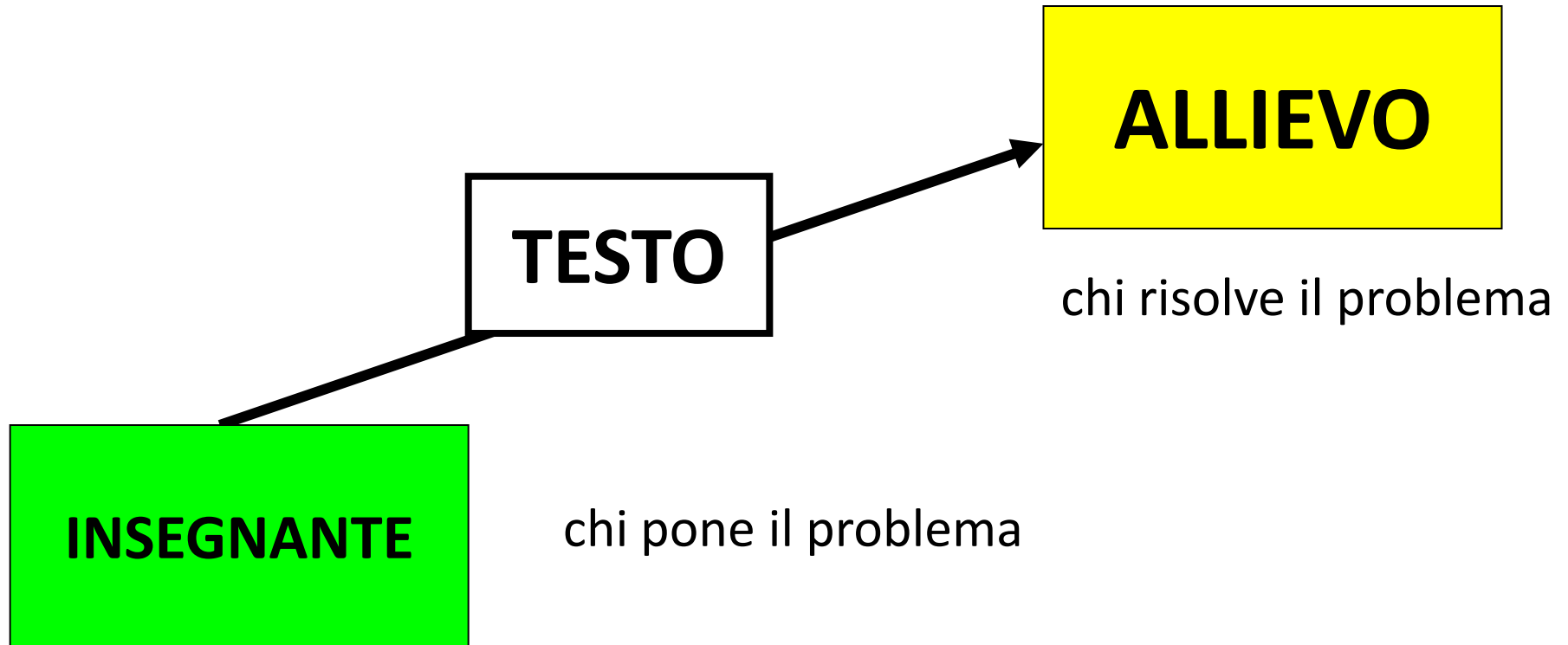
Chi pone il problema *non* è la stessa persona che lo deve risolvere.



Ruolo cruciale del modo in cui si presenta il problema (in particolare attraverso un testo) e in particolare della domanda

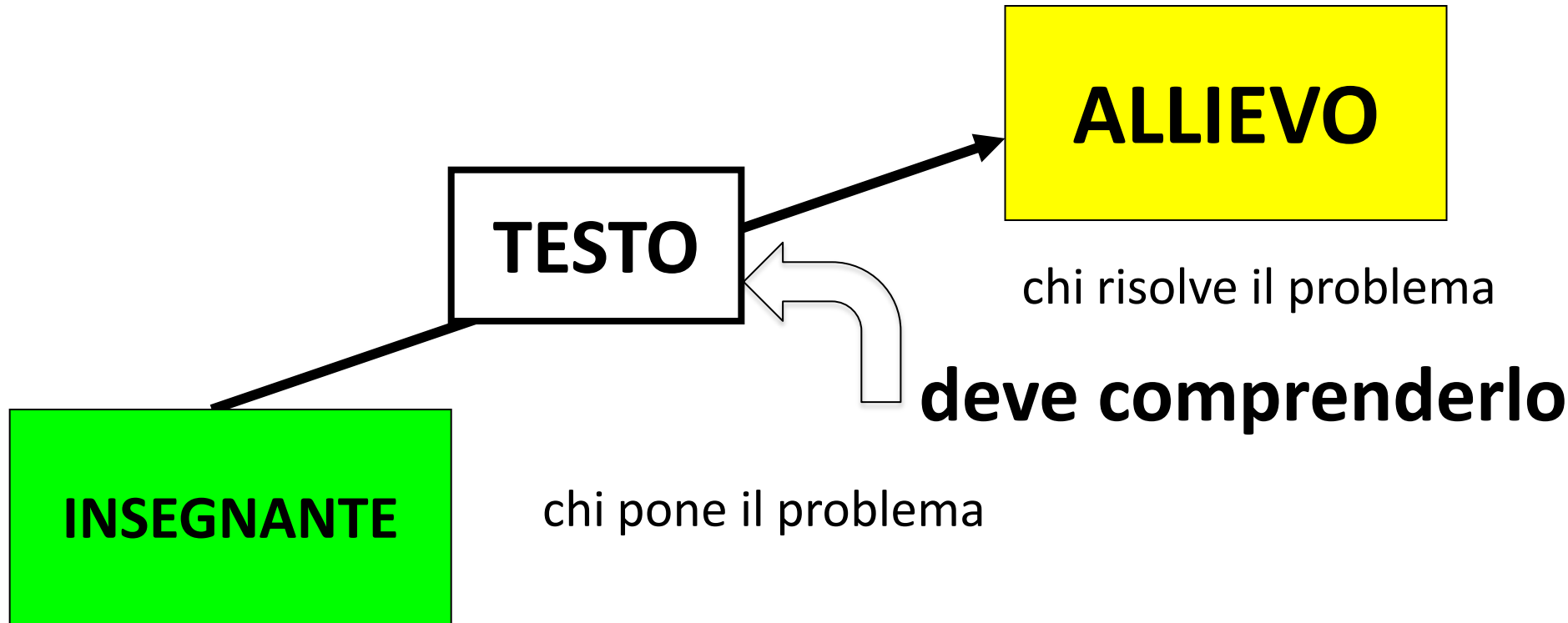
Carlo compra un quaderno e due penne. Spende 2 euro. Una penna costa 60 centesimi.

Quanto costa il quaderno?



problema espresso attraverso un testo scritto

...nel caso della scuola elementare



problema espresso attraverso un testo scritto



Secondo molti ricercatori (e insegnanti) le difficoltà degli allievi sono spesso dovute a difficoltà nella fase iniziale di **comprensione**.

- Nella ricerca queste difficoltà sono state messe in evidenza con due tecniche:
 - ✓ la richiesta di *ripetere* il testo del problema (re-telling)
 - ✓ la richiesta di *drammatizzarlo*

Secondo molti ricercatori (e insegnanti) le difficoltà degli allievi sono spesso dovute a difficoltà nella fase iniziale di **comprensione**.

RIPETIZIONE

“Joe ha 3 palline.

Tom ha 5 palline

Quante palline ha Tom?”



viene ripetuto così

“Joe ha 3 palline.

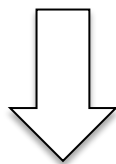
Tom ha 5 palline.

Quante palline ha Tom?”

Interpretazione

Molte difficoltà incontrate dai bambini sembrano riguardare la fase di

comprensione del problema



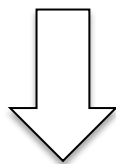
1) la comprensione della domanda (anche quando il problema è presentato attraverso materiale concreto)

2) la comprensione del testo (quando il problema è presentato attraverso un testo)

Interpretazione

Molte difficoltà incontrate dai bambini sembrano riguardare la fase di

comprensione del problema

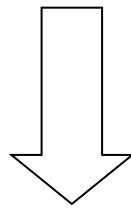


- 1) la comprensione della domanda (anche quando il problema è presentato attraverso materiale concreto)

Margaret Donaldson

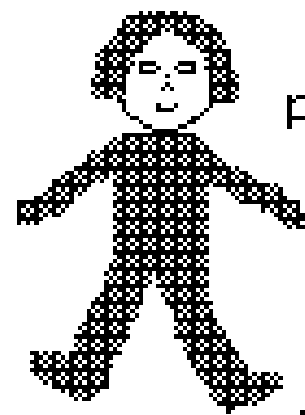
“Come ragionano i bambini”

sottolinea l'importanza della coerenza fra *contesto* e *domanda* per la comprensione della domanda



propone un'interpretazione alternativa dei risultati negativi alle prove di Piaget

Il test delle 3 montagne (Piaget)

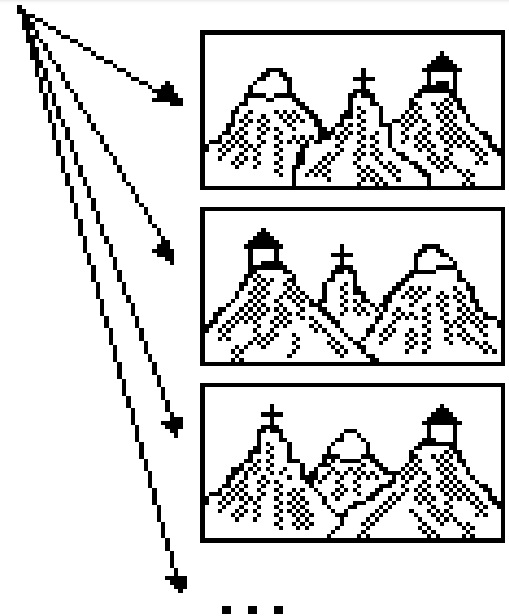


pupazzo

plastico



Che cosa vede il pupazzo?

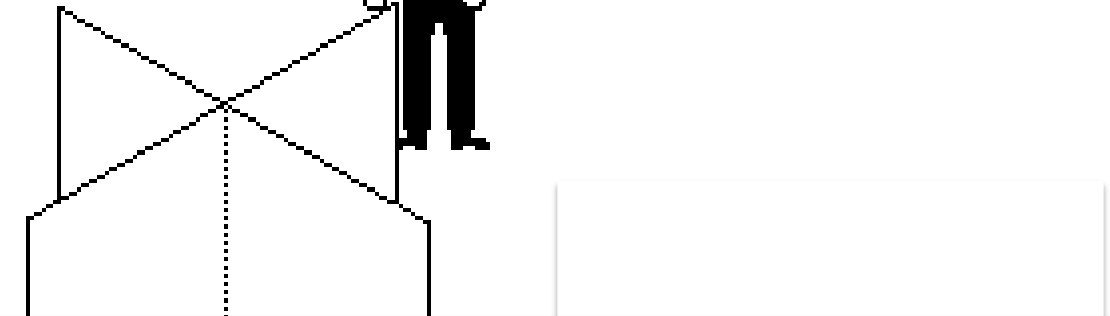
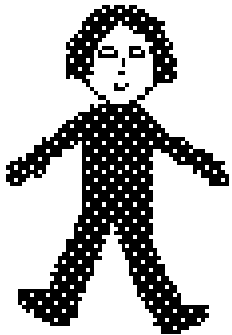


Il test delle montagne: la modifica di Martin Hughes

pupazzo-poliziotto



pupazzo-bambino



Dove si deve mettere il pupazzo
per non essere visto dal
poliziotto?

“Il punto è che i *motivi* e le *intenzioni* dei personaggi sono interamente comprensibili, anche per un bambino di tre anni. Il compito richiede al bambino di agire secondo schemi in carattere con certi scopi e certe interazioni fondamentali (fuga e inseguimento) – ed ha un *senso umano*. Quindi non è affatto difficile trasmettere al bambino ciò che si richiede da lui: egli lo afferra immediatamente. [...]

Quanto al fatto di essere umanamente comprensibile, il compito delle «montagne» è all’ estremo opposto. Nel compito stesso, non giocano motivi di rapporti interpersonali, di natura tale da renderlo istantaneamente comprensibile.

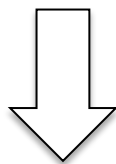
Perciò il compito delle «montagne» è *astratto*, in un senso psicologico molto importante: nel senso che è lontano da tutti gli scopi, i sentimenti e gli sforzi umani fondamentali. Ha un sangue totalmente freddo. Nelle vene di un bambino di tre anni, il sangue scorre ancora caldo.”

[Margaret Donaldson, 1978, pp. 25-26]

Interpretazione

Molte difficoltà incontrate dai bambini sembrano riguardare la fase di

comprensione del problema



1) la comprensione della domanda (anche quando il problema è presentato attraverso materiale concreto)

2) la comprensione del testo (quando il problema è presentato attraverso un testo)

La comprensione di un problema

- Ostacoli legati ad aspetti linguistici generali

COMPRENDERE UN **PROBLEMA**

Aspetti linguistici generali



```
graph TD; A[Aspetti linguistici generali] --- B[Lessico];
```

- Lessico

Vacanze al campeggio (4a)

Tommaso ha deciso di passare una decina di giorni in campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni.

Se prenderanno una tenda con 4 posti letto, allora prevedono di spendere 15 euro al giorno per l'affitto della piazzola, 18 euro a testa per i pasti e 8 euro al giorno per l'ombrellone.

Quanto spendono i 4 ragazzi per stare al mare?

L'appartamento (1^a media)

(Franchini, Lemmo, Sbaragli, 2017)

Un appartamento aveva 7 locali.
Dal locale più grande sono state ricavate 2 camere.
Quanti locali ha ora l'appartamento?

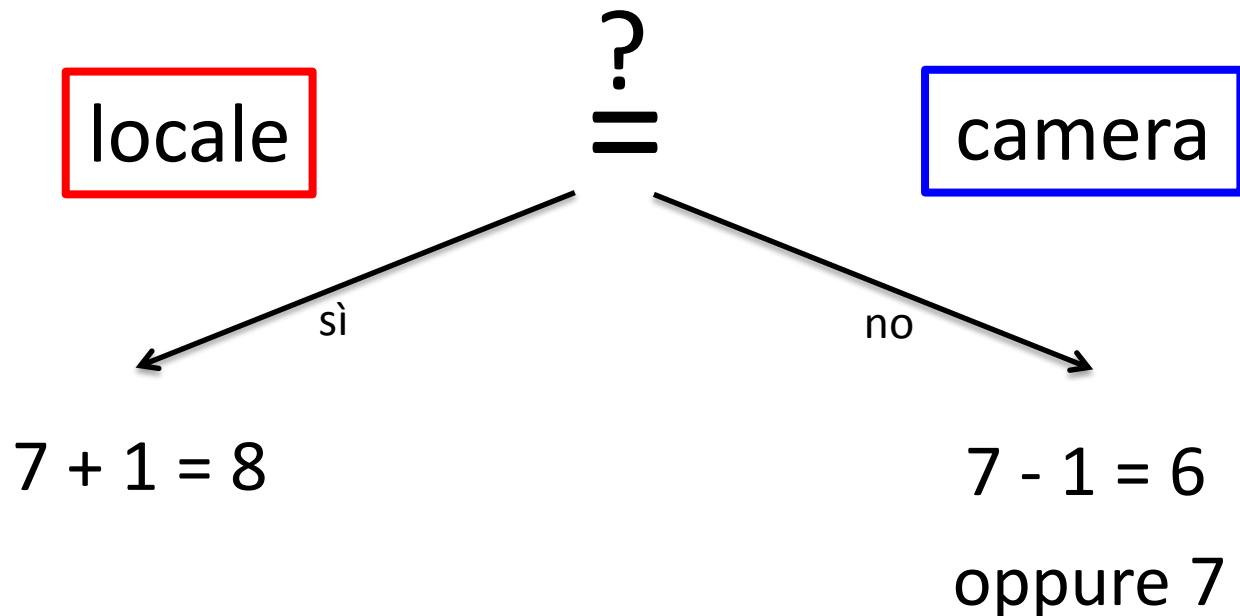
N. STUDENTI E PERCENTUALI DEL CAMPIONE (MAGGIO 2015)

	Numero studenti	Percentuale
Risposte corrette	180	35,4%
Risposte errate	268	52,8%
Risposte mancanti	50	9,8%
Studenti assenti	10	2%

Un appartamento aveva 7 locali.

Dal locale più grande sono state ricavate 2 camere.

Quanti locali ha ora l'appartamento?



Un appartamento aveva 7 locali.

Dal locale più grande sono state ricavate 2 camere.

Quanti locali ha ora l'appartamento?

ottenere

aggiungere, togliere, unire...

Osservazione

- A volte l'esperto (l'insegnante, l'autore del problema) decide di utilizzare un *sinonimo* del termine matematico.
- Questo accade soprattutto quando:
 - tale termine non è stato ancora introdotto
 - non si vuole segnalare esplicitamente all'allievo quale concetto matematico andrà utilizzato



...quello che *per lui* è un sinonimo!

Nonna Adele

Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta un sacchetto di caramelle di frutta e ne offre ai bambini, richiedendo però che essi prendano le caramelle senza guardare nel pacco.

Oggi è arrivata con un sacchetto contenente 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.

Se Matteo prende la caramella per primo, è più facile che gli capitino al gusto di arancia o di limone?

Perché?

Pulizie (Cat. 4, 5, 6)

I 18 alunni della classe di Marta e i 24 alunni della classe di Andrea hanno pulito la piazza del paese e le rive del ruscello.

Il panettiere è molto soddisfatto e per ringraziarli offre 14 pacchi di biscotti.

Marta propone che ogni classe prenda 7 pacchi.

Andrea dice che non è giusto perché nella sua classe gli alunni sono di più.

Quanti pacchi di biscotti deve ricevere ogni classe per non fare ingiustizie?

Spiegate il vostro ragionamento.

COMPRENDERE UN **PROBLEMA**

Aspetti linguistici generali

- Lessico
- Legami fra le varie parti del testo

La scala (2a)

La strega Pasticcia ordina ai suoi gattini Buffetto e Sandogatt di lucidare tutta la lunga scala che porta alla torre più alta del castello.

Buffetto lucida 20 scalini.

Sandogatt ne lucida solo 3.

La strega ne lucida / più di lui.

Quanti scalini ha quella scala?

ANAFORA

Vacanze al campeggio (4a)

Tommaso ha deciso di passare una decina di giorni in campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni.

Se prenderanno una tenda con 4 posti letto, allora prevedono di spendere 15 euro al giorno per l'affitto della piazzola, 18 euro a testa per i pasti e 8 euro al giorno per l'ombrellone.

Quanto spendono i 4 ragazzi per stare al mare?

COMPRENDERE UN **PROBLEMA**

Aspetti linguistici generali

- Lessico
- Legami fra le varie parti del testo
- Enciclopedia

Levinson (1983)

"Giovanni voleva comprare un regalo a Carlo per il suo compleanno, perciò andò a prendere il suo maialino; lo agitò ma non udì nessun rumore; avrebbe dovuto fare un regalo a Carlo con le sue mani".



Giovanni voleva comprare un regalo a Carlo per il suo compleanno

perciò andò a prendere il suo maialino;

lo agitò ma non udì nessun rumore;



avrebbe dovuto fare un regalo a Carlo con le sue mani.

?

?

?

Importanza della conoscenza enciclopedica

- Leggi attentamente il testo del seguente problema e, senza risolverlo, individua i dati mancanti o superflui:
- Un allevatore possiede 47 mucche e 10 cavalli. Una mucca produce in media 15 litri di latte al giorno. Quanto latte viene prodotto ogni giorno nell'allevamento?
- Nel problema c'è un dato:
☐ superfluo ☐ mancante
- Quale?.....

V primaria

- Leggi attentamente il testo del seguente problema e, senza risolverlo, individua i dati mancanti o superflui:
- Un allevatore possiede 47 mucche e 10 cavalli. Una mucca produce in media 15 litri di latte al giorno. Quanto latte viene prodotto ogni giorno nell'allevamento?
- Nel problema c'è un dato:
 - ☐ superfluo
 - ☒ mancante
- Quale?.....

Non sappiamo quanto latte producono i cavalli ogni giorno

Aspetti linguistici generali

- Lessico
- Legami fra le varie parti del testo
- Enciclopedia
- Sceneggiature comuni

Umberto Eco



Un testo è una macchina pigra
che si attende dal lettore molta
collaborazione.

Sceneggiature comuni

- La conoscenza enciclopedica è organizzata in schemi più o meno complessi e collegati gli uni agli altri, presenti nella memoria a lungo termine.
- Tali schemi in letteratura sono indicati come *frames, schemata, scripts, plans*.
- Umberto Eco parla di *sceneggiature comuni (frames)*.

Umberto Eco

[*Lector in fabula*, p. 81]

Riteniamo che la comprensione testuale sia ampiamente dominata dalla applicazione di sceneggiature pertinenti, così come le ipotesi testuali destinate all'insuccesso (...) dipendano dall'applicazione di sceneggiature sbagliate e "infelici".

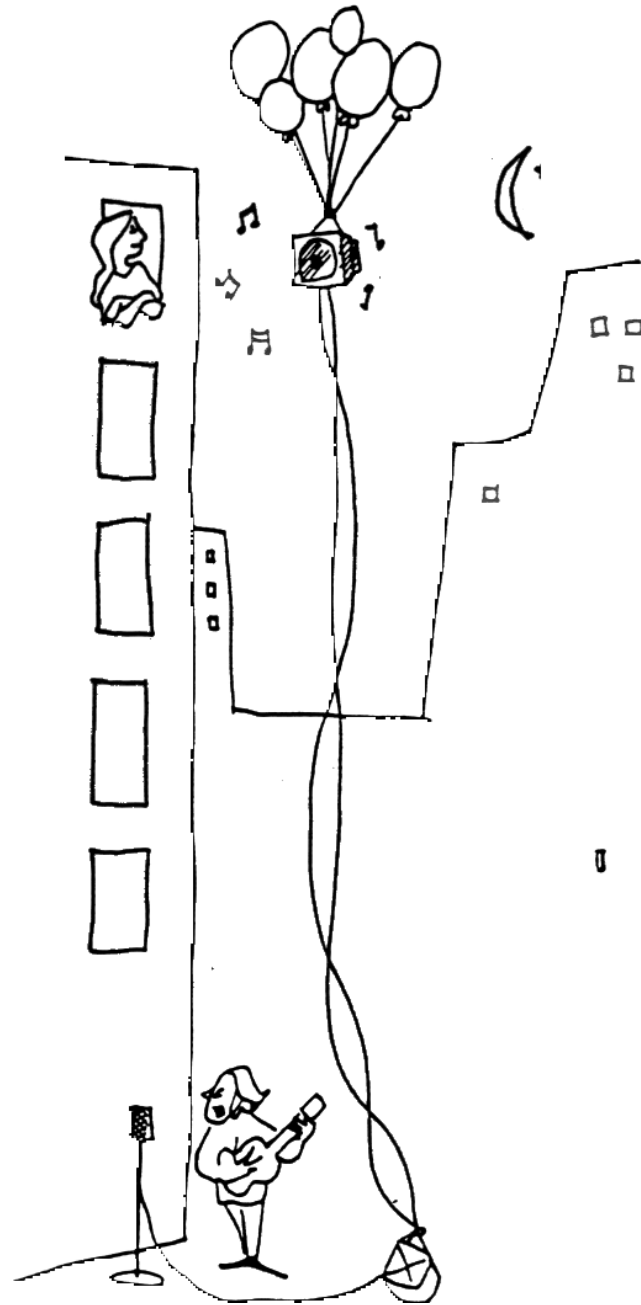
La comprensione del testo

- è ostacolata se:
 - il testo fa riferimento a ‘schemi’ sconosciuti

Bransford e Johnson (1973)

“Se i palloncini scoppiassero, il suono non raggiungerebbe più la sua meta, perché il tutto verrebbe a trovarsi troppo lontano dal piano giusto. Anche una finestra chiusa impedirebbe al suono di arrivare dove deve arrivare, poiché la maggior parte degli edifici tende ad essere bene isolata. Dato che l'intera operazione dipende da un flusso continuo di elettricità, se il cavo si rompesse anche questo creerebbe dei problemi. Naturalmente l'individuo potrebbe urlare, ma la voce umana non arriva così lontano.

Un ulteriore problema è che una corda dello strumento potrebbe rompersi. Se ciò succedesse non ci sarebbe più accompagnamento al messaggio. E' chiaro che la situazione migliore richiederebbe una minore distanza. Allora ci sarebbero meno problemi potenziali. Meglio di tutto sarebbe se ci fosse contatto faccia a faccia.”



Vacanze al campeggio (4a)

I bambini che non hanno disponibile la 'sceneggiatura' del campeggio hanno difficoltà a comprendere che l'affitto della piazzola è una spesa unica per tutti e 4 gli amici.

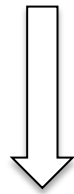
campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni.

L'espressione '8 euro al giorno per l'ombrellone' risulta ambigua per i bambini che non hanno esperienze di giornate al mare con l'affitto dell'ombrellone, tanto che molti moltiplicano tale spesa per il numero degli amici.
giorno per l'ombrellone.

Quanto spendono i 4 ragazzi per stare al mare?

La comprensione del testo

- è ostacolata se:
 - il testo fa riferimento a ‘schemi’ sconosciuti
 - o addirittura a schemi che violano le sceneggiature comuni



ARTIFICIOSO

Il torneo

(Invalsi 2013, SNV06 D17)

D17. Gianni partecipa a un torneo.

Il regolamento del torneo stabilisce che:

- ogni giocatore gioca 5 partite e parte con un punteggio iniziale di 100 punti;
- a ogni partita vinta, il punteggio raggiunto raddoppia;
- a ogni partita persa, il punteggio raggiunto si dimezza.

Gianni perde la seconda e la quarta partita, vince tutte le altre.

a. Completa la tabella.

	<i>Punteggio di Gianni</i>
<i>Punteggio iniziale</i>	100
Partita 1	200
Partita 2
Partita 3
Partita 4
Partita 5

b. Se Gianni avesse vinto tutte le partite, quale sarebbe stato il suo punteggio finale?

Risposta:

D17a: 74,1% risposte corrette

D17b: 29,4% corrette; 66,8% errate

Aspetti linguistici generali

- Lessico
- Legami fra le varie parti del testo
- Enciclopedia
- Sceneggiature comuni
- Impliciti e non detto

Umberto Eco

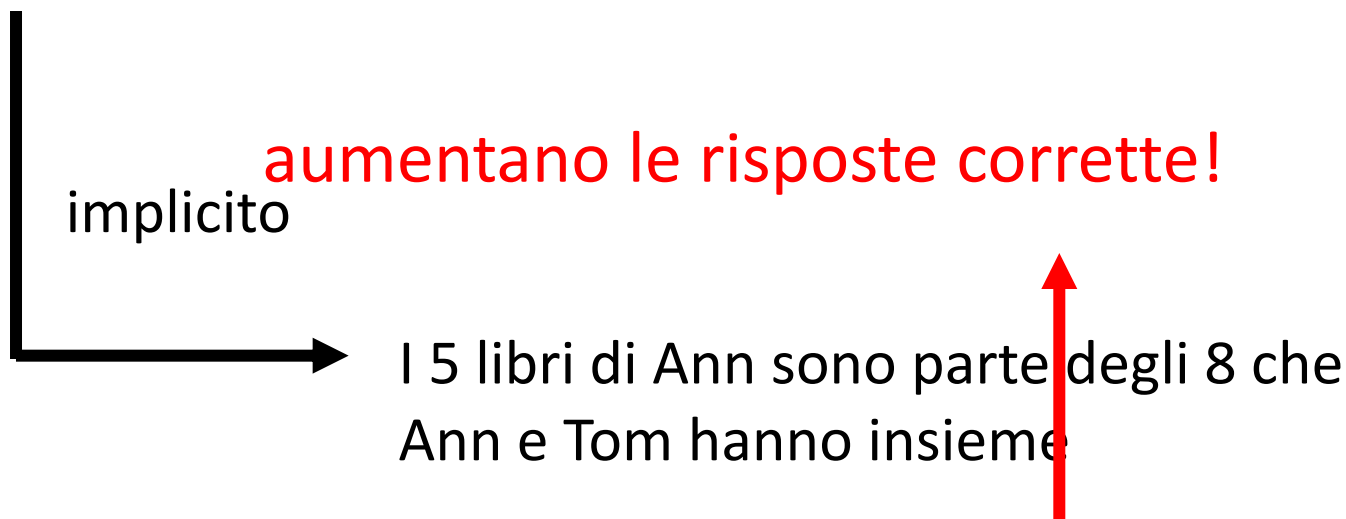


Un testo è una macchina pigra
che si attende dal lettore molta
collaborazione.

Un testo (...) è intessuto di ***non-detto***.

(Da De Corte et al., 1985)

Ann e Tom insieme hanno 8 libri. Ann ha 5 libri.
Quanti libri ha Tom?



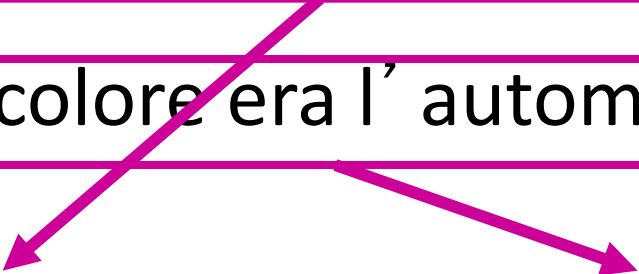
Ann e Tom insieme hanno 8 libri. 5 di questi libri sono di Ann. Quanti libri ha Tom?

Marco prese l'automobile e si precipitò all'aeroporto.

Non dice:

- che nell'automobile c'era il motore

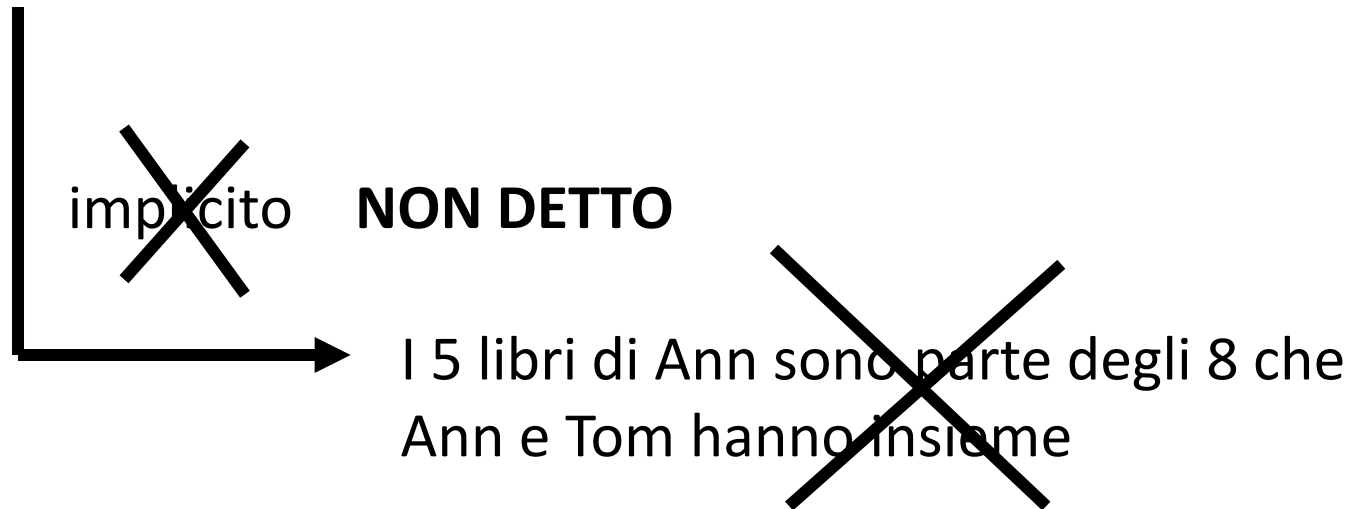
- di che colore era l'automobile



Implicito \neq non detto

(Da De Corte et al., 1985)

Ann e Tom insieme hanno 8 libri. Ann ha 5 libri.
Quanti libri ha Tom?



Uno scenario possibile: Ann e Tom sono fratelli. Ognuno di loro ha una piccola collezione di libri: Ann ne ha 5, Tom ne ha 7.

Poi insieme hanno 8 libri, che sono stati regalati a entrambi, e che tengono nella libreria in sala.

(Da De Corte et al., 1985)

Ann e Tom insieme hanno 8 libri. Ann ha 5 libri.
Quanti libri ha Tom?

Non ci sono informazioni sufficienti per risolvere il problema

Il problema è risolubile

5 libri di Ann sono parte degli 8 che
Ann e Tom hanno insieme

Uno scenario possibile: Ann e Tom sono fratelli. Ognuno di loro ha una piccola collezione di libri: Ann ne ha 5, Tom ne ha 7.

Poi insieme hanno 8 libri, che sono stati regalati a entrambi, e che tengono nella libreria in sala.

La scala (2a)

La strega Pasticcia ordina ai suoi gattini Buffetto e Sandogatt di lucidare tutta la lunga scala che porta alla torre più alta del castello.

Buffetto lucida 20 scalini.

Sandogatt ne lucida solo 3.

La strega ne lucida 7 più di lui.

Quanti scalini ha quella scala?

Spiega il tuo ragionamento.

Non viene detto:

- che sono stati lucidati TUTTI gli scalini

Ma se non fosse così...

...il problema non si potrebbe risolvere

E' un' interpretazione che deriva:

- *non* direttamente dal testo
- ma dalla situazione di comunicazione
(contratto didattico)
- dall' accettare le 'regole del gioco' dei
problemi (stereotipi)

IMPLICATURA

→ fondamentale in pragmatica, un settore della linguistica che si occupa dei sistemi linguistici nei loro contesti di uso.

A: Dov'è Carlo?

B: C'è una Volkswagen gialla davanti a casa di Anna.

- ci viene naturale pensare che Carlo possieda una Volkswagen gialla, e che l'abbia parcheggiata davanti a casa di Anna: in definitiva concludiamo che Carlo si trovi a casa di Anna.
- questa conclusione è frutto di un'inferenza, in particolare appunto di un'*implicatura*, cioè un'inferenza che non si ricava direttamente dal testo, ma dalla situazione in cui il testo è prodotto: in questo caso la situazione di comunicazione fra A e B ci porta ad assumere che B intenda comunicare con A, e quindi in qualche modo stia rispondendo alla sua domanda.

IMPLICATURA

INVALSI (5^a primaria, 2009-10)

Nel parco

1. Davide sta andando in bicicletta nel parco. Si ferma davanti al bivio dove vede queste indicazioni:



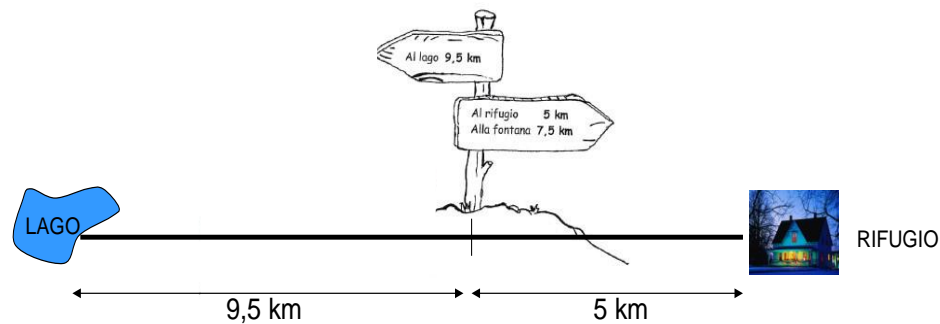
a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?

- ☐ A. 5 km
- ☐ B. 9,5 km
- ☒ C. 14,5 km
- ☐ D. 17 km

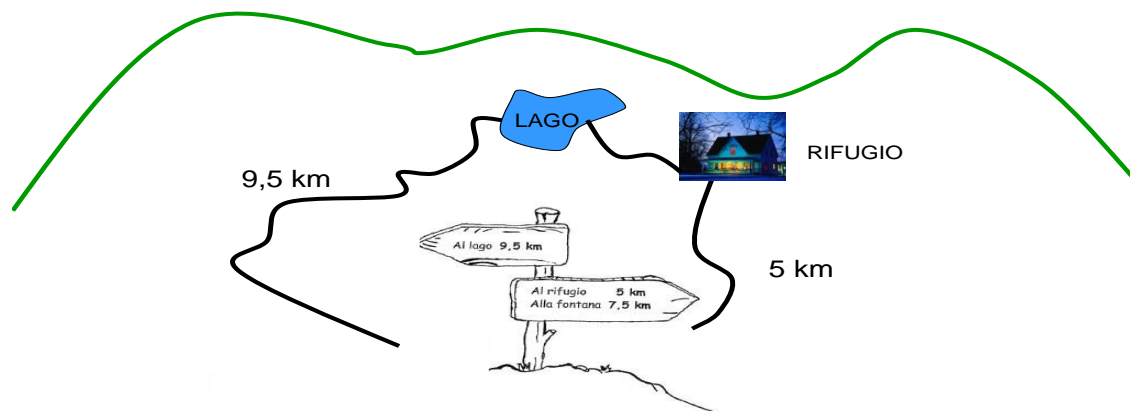
b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?

Risposta: km

Si assume quindi che la posizione dei 3 poli (bivio, lago e rifugio) sia la seguente:



Ma è più realistico immaginare una situazione più complessa:



Per allievi non esperti può essere difficile
fare questo tipo di inferenze

Alla sera Pete ha 6 palline.

Durante il giorno ha perso 2 palline.

La mattina Pete aveva .. ***giocato con le palline***

Attività 1

Per ognuno dei problemi riportati sotto, identificate possibili ostacoli per la comprensione a livello di:

- lessico
- falsi sinonimi
- richiami anaforici
- enciclopedia e sceneggiature comuni
- impliciti e non detto
- altri aspetti che ritenete rilevanti

Compleanno

Per il compleanno di Ciancicasorci, uno dei gattini gialli, sono venuti tanti amici. Nel cortile del castello ci sono 40 gattini in festa. Strega Pasticcia fa avanti e indietro dalla cucina portando frittelle di alici e succo di erba gatta.

Ha preparato tavoli rotondi, coperti di tovaglie fatte di mortadella. Intorno a ogni tavolo c'è posto per 5 gattini.

Quanti sono i tavoli?

Al ristorante

Al ristorante 'Il veliero' entrano 20 persone. Di queste, 8 sono i componenti di una famiglia e vorrebbero stare allo stesso tavolo. Il cameriere dà loro un tavolo.

Per le altre persone sono stati allestiti 3 tavoli.

Quante persone occuperanno ciascuno di questi 3 tavoli?

Il maglificio

Per evadere l'ordine di un cliente, in un mese di 24 giorni lavorativi, un maglificio ha prodotto in media ogni giorno 50 maglie di lana da uomo, del peso di 450 g l'una; 60 da donna, del peso di 300g l'una e 80 da bambino, del peso di 110 g l'una.

Quante maglie, in totale, erano state ordinate da quel cliente? Quanti chilogrammi di lana sono stati utilizzati per confezionare tutte le maglie?

La bicicletta

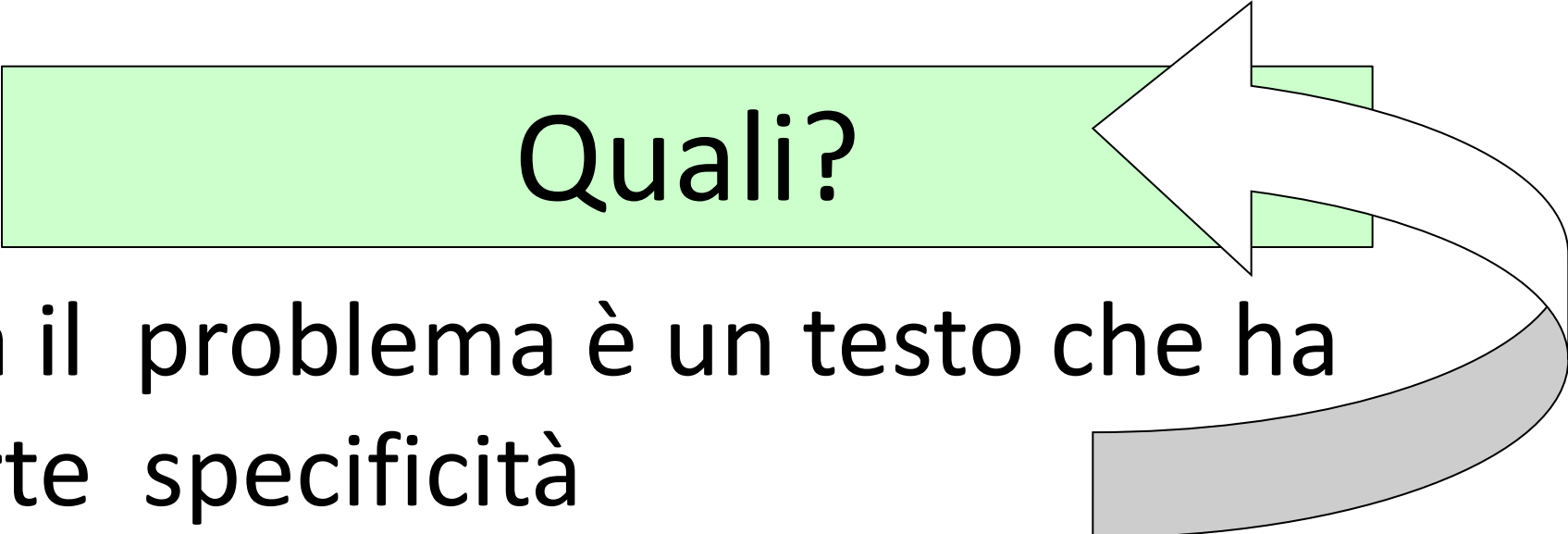
Giorgio ha acquistato una bicicletta sportiva scambiandola con una usata. Il ciclista ha valutato la bici vecchia 55 €. Il prezzo di listino della nuova era di 190€. Giorgio ottiene di pagare in 2 rate.

Quanto verserà per ogni rata?

La comprensione di un problema

- Ostacoli legati ad aspetti linguistici generali
- Le specificità del genere 'problema'

Per individuare possibili ostacoli alla comprensione di un problema dobbiamo tener conto anche di queste specificità



Quali?

Ma il problema è un testo che ha certe specificità

Le osservazioni fatte fin qui valgono per un qualsiasi testo

A diagram with two boxes at the top. The left box is pink and contains the word 'CONTESTO' in bold black text. The right box is cyan and contains the word 'DOMANDA' in bold black text. A red line starts from the bottom of the 'CONTESTO' box, goes down, then right, and then up to an arrow pointing at the 'CONTESTO' box. A cyan line starts from the bottom of the 'CONTESTO' box, goes down, then right, and then up to an arrow pointing at the 'DOMANDA' box.

CONTESTO

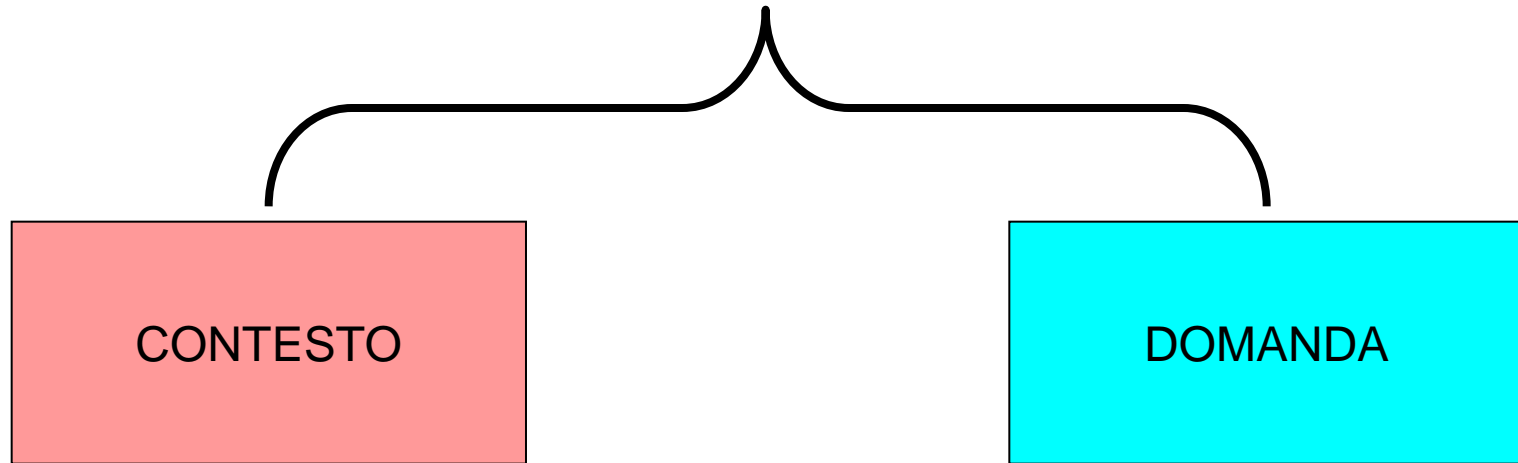
DOMANDA

“Un testo (tipicamente contenente informazioni quantitative) che descrive una situazione ritenuta familiare per il lettore e che pone una domanda quantitativa, la cui risposta può essere ricavata da operazioni matematiche effettuate sulle informazioni date dal testo o dedotte in altro modo.”

(Verschaffel L., Greer B., De Corte E., 2000)

PROBLEMA VERBALE

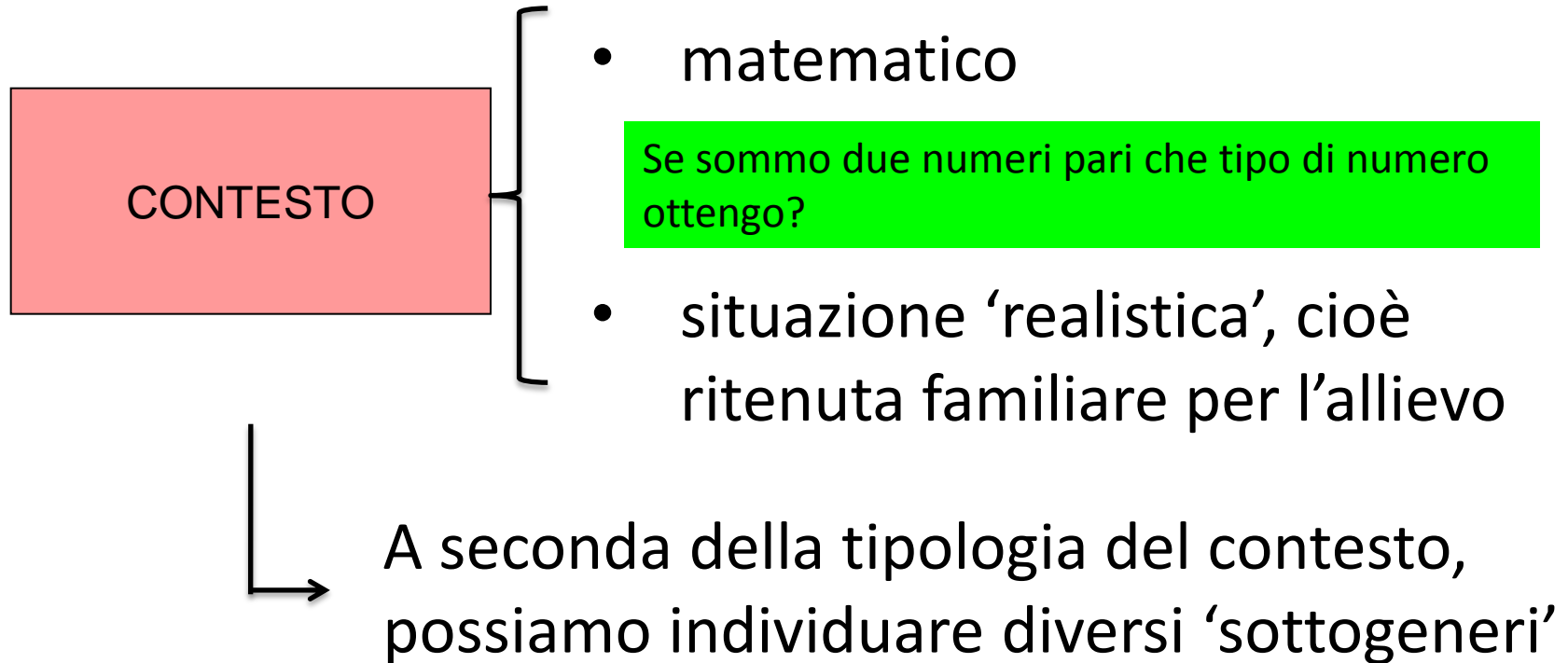
(word problem, story problem)



Il problema come *genere*

PROBLEMA VERBALE

(word problem, story problem)



Le vengono riconosciute diverse funzioni:

- Favorire la **motivazione**
- Attraverso il riferimento al vissuto richiamare la 'conoscenza delle cose del mondo' e favorire la **comprensione del problema**
- Educare a **modellizzare la realtà**

CONTESTO

- situazione 'realistica', cioè ritenuta familiare per l'allievo

Ma se il testo fa riferimento a sceneggiature sconosciute, o addirittura che violano sceneggiature condivise?

→ Esempio torneo / campeggio

PROBLEMA VERBALE

(word problem, story problem)

CONTESTO

- situazione 'realistica', cioè ritenuta familiare per l'allievo



A seconda della tipologia del contesto, possiamo individuare diversi 'sottogeneri'

Animali domestici

Agli alunni di una classe viene chiesto quanti animali domestici hanno.

8 alunni non possiedono animali. 3 alunni possiedono 2 animali.

Il numero degli alunni che hanno 3 animali è la metà di quelli che non hanno nessun animale. Nessun alunno ha più di 3 animali.

I bambini di quella classe sono 19.

Sapresti dire quanti animali hanno in tutto?

Automobili

Giulio e Andrea per giocare mettono insieme le loro automobili.

Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobili che aveva all'inizio del gioco.

Tutte le automobili sono 48, ma come dividerle?

Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio.

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

Riflessione

Confrontate i testi dei due problemi.
Quali differenze osservate?

Automobiline

Giulio e Andrea per giocare mettono insieme le loro automobiline. Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.

Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?

Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio.

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

Il contesto descrive:

- eventi descritti nella loro dimensione temporale e causale
- personaggi animati che compiono azioni mossi da scopi



UNA STORIA

Animali domestici

Agli alunni di una classe viene chiesto quanti animali domestici hanno.

8 alunni non possiedono animali. 3 alunni possiedono 2 animali.

Il numero degli alunni che hanno 3 animali è la metà di quelli che non hanno nessun animale. Nessun alunno ha più di 3 animali.

I bambini di quella classe sono 19.

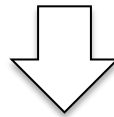
Sapresti dire quanti animali hanno in tutto?

Il contesto descrive una situazione che non evolve nel tempo, comunque una situazione fotografata in un certo istante.

Non ci sono collegamenti causali.

Non ci sono personaggi.

Non sono evidenziati scopi.



LISTA DI DATI

Teste e zampe

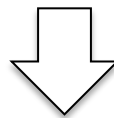
In un cortile ci sono 11 animali fra cani e galline. In tutto le zampe sono 34. Quanti sono i cani e quante sono le galline?

Il contesto descrive una situazione che non evolve nel tempo, comunque una situazione fotografata in un certo istante.

Non ci sono collegamenti causali.

Non ci sono personaggi.

Non sono evidenziati scopi.



LISTA DI DATI

Animali domestici

Agli alunni di una classe viene chiesto quanti animali domestici hanno.

Il contesto è una lista di dati

8 alunni non possiedono animali e 5 alunni possiedono 2 animali.

Il numero degli alunni che hanno 3 animali è la metà di quelli che non hanno nessun animale. Quanti alunni hanno 3 animali?

problema *descrittivo*

I bambini di questa classe

Sapresti dire quanti animali hanno in tutto?

Automobili

Giulio e Andrea per giocare mettono insieme le loro automobili.

Quando smettono di giocare le dividono equamente. Giulio riprendendosi lo stesso numero di automobili che ne aveva all'inizio del gioco.

Tutte le automobili sono 48. Come dividerle?

Andrea ricorda

problema *narrativo*

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

**PROBLEMA
DESCRITTIVO**

- Evoluzione nel tempo
- Causalità
- Personaggi

**PROBLEMA
NARRATIVO**

Le mele

Una cassetta di mele contiene 18 mele.

Ogni giorno ne vengono mangiate 3.

[Dopo 4 giorni quante mele saranno rimaste?]

- Evoluzione nel tempo

Le botti

Alice, Bernardo e Carlo vogliono dividersi le botti di vino della cantina del padre in modo che ognuno abbia la stessa quantità di vino e di botti.

Nella cantina ci sono 4 botti piene, 4 botti mezze piene, 4 botti vuote. Le botti non si possono aprire.

Come possono fare?

- Personaggi

```
graph TD; A[PROBLEMA DESCRITTIVO] --- B[PROBLEMA NARRATIVO]; C[TESTO] --> D[DESCRITTIVO]; C --> E[NARRATIVO];
```

PROBLEMA
DESCRITTIVO

PROBLEMA
NARRATIVO

Fa riferimento ad una situazione:

- che non evolve nel tempo
- senza legami di causalità
- non ci sono personaggi
- non sono evidenziati scopi

Fa riferimento ad una (breve) storia, cioè:

- eventi descritti nella loro dimensione temporale e causale
- personaggi animati che compiono azioni mossi da scopi

TESTO

DESCRITTIVO

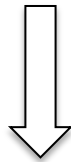
NARRATIVO

TESTO

DESCRITTIVO

Il testo si riduce ad una lista di descrizioni/informazioni relative ad uno stesso oggetto o situazione, valide simultaneamente: mancano legami fra le varie parti del testo di tipo temporale o causale.

La coerenza si limita al fatto che le descrizioni/informazioni si riferiscono alla stessa situazione.



La comprensione di un'informazione non favorisce la comprensione delle altre, come invece succede in un testo narrativo

NARRATIVO

Le varie parti sono connesse da legami:

- di tipo temporale
- causale.



La ricerca ha dimostrato che un testo narrativo, in particolare una storia, è più facile da comprendere rispetto ad altri tipi di testo

TESTO



NARRATIVO

Le varie parti sono connesse da legami:

- di tipo temporale
- causale.



La ricerca ha dimostrato che un testo narrativo, in particolare una storia, è più facile da comprendere rispetto ad altri tipi di testo

La narrazione di storie è profondamente radicata nell'esperienza umana, sia a livello individuale e sociale. Secondo Bruner le storie rappresentano per l'uomo la modalità principale di organizzare l'esperienza.



Jerome Bruner



Umberto Eco

“(...) leggere racconti significa fare un gioco attraverso il quale si impara a dar senso alla immensità delle cose che sono accadute e accadono e accadranno nel mondo reale. Leggendo romanzi sfuggiamo all’angoscia che ci coglie quando cerchiamo di dire qualcosa di vero sul mondo reale.

Questa è la funzione terapeutica della narrativa e la ragione per cui gli uomini, dagli inizi dell’umanità, raccontano storie. Che è poi la funzione dei miti: **dar forma al disordine dell’esperienza.**”

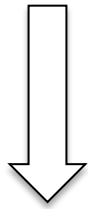
[Eco, *Sei passeggiate nei boschi narrativi*, p. 107]

Attraverso la costruzione di una storia
l'individuo può attribuire un senso ad una
situazione che apparentemente non ne ha.



‘Se qualcuno entra nell’ufficio postale, apre la bandiera a stelle e strisce e comincia a sventolarla, il nostro interlocutore [...] ci spiegherà, in risposta alla nostra perplessità, che oggi probabilmente ricorre qualche festa nazionale che egli stesso aveva dimenticato, che la locale Associazione Combattenti e reduci ha evidentemente dei sostenitori accesi o, più semplicemente, che l’individuo con la bandiera è un esaltato nazionalista la cui immaginazione è stata colpita da qualcosa che ha letto sul giornale di questa mattina.’ [Bruner, 1990, tr. it. p. 59]

Attraverso la costruzione di una storia
l'individuo può attribuire un senso ad una
situazione che apparentemente non ne ha.



L'età del capitano

L'età del capitano

Su una nave ci sono 26 pecore e 10 capre;
quanti anni ha il capitano?”

$$26 + 10 = 36$$

‘Forse il capitano ad ogni compleanno ha
ricevuto un animale in regalo’

Variazioni sul tema

Problema: Su una nave ci sono 36 pecore,
durante la traversata 10 muoiono affogate.
Quanti anni ha il capitano?

*Ho risposto “è morto” perché dal peso delle pecore
la barca si ribalta e il capitano affoga.*

Variazioni sul tema

Problema: In un prato ci sono 20 pecore, 7 capre, e 2 cani. Quanti anni ha il pastore?

'Ho fatto un ragionamento particolare: il pastore se ha due cani per così poche bestie uno dei due cani forse gli serve perché è non vedente. Quindi deduco che abbia sui 70-76 anni.'

PROBLEMI
DESCRITTIVI

Fa riferimento ad una situazione:

- che non evolve nel tempo
- senza legami di causalità
- non ci sono personaggi
- non sono evidenziati scopi

TESTO

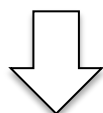
DESCRITTIVO

La comprensione di un problema descrittivo

- In un problema descrittivo la comprensione è resa più difficile dalla mancanza di legami di tipo temporale e causale fra le varie parti del testo...
- ...c'è solo coerenza di 'argomento'
- Anche il legame fra contesto e domanda è di questo tipo: non ci sono legami di tipo temporale o causale...
- ...l'unica coerenza è data dall'argomento.

La comprensione di un problema descrittivo

- In un problema descrittivo la comprensione è resa più difficile dalla mancanza di legami di tipo temporale e causale fra le varie parti del testo...
- ...c'è solo coerenza di 'argomento'
- Anche il legame fra contesto e domanda è di questo tipo: non ci sono legami di tipo temporale o causale...
- ...l'unica coerenza è data dall'argomento.



Nei problemi assurdi come *L'età del capitano* c'è questa continuità di argomento!

Su una nave ci sono 26 pecore e 10 capre.

Quanti anni ha il capitano?"



Nei problemi assurdi come *L'età del capitano* c'è questa continuità di argomento!

1. Su una nave ci sono 36 pecore. 10 muoiono affogate.

Quanti anni ha il capitano?"

2. In un'aula ci sono 4 file di 7 banchi.

Quanti anni ha la maestra?

Baruk, 1985:

Su 28 allievi, 9 hanno un comportamento contraddittorio: affermano che non si può risolvere il problema 1 ma 'risolvono' il problema 2.

Qualche esempio di risposte 'contraddittorie'

	L'età del capitano	L'età della maestra
Anne	Come si fa a sapere l'età del capitano? Non si può sapere	7 <u>x4</u> 28 La maestra ha 28 anni
Nathalie	Non capisco perché prima si parla di pecore e poi del capitano Trovo che questo problema sia un po' strano	Penso che la maestra ha 28 anni perché ho fatto: $4 \times 7 = 28$ Penso che questo problema sia molto facile
Peter	Perché si parla di pecore e poi si chiede l'età del capitano? Penso che [il problema] sia stupido perché si parla di pecore e poi del capitano	Penso che la maestra ha 28 anni perché $4 \times 7 = 28$ Penso che questo sia meno stupido dell'altro

La comprensione di un problema

- Ostacoli legati ad aspetti linguistici general
- Le specificità del genere 'problema', e alcuni sottogeneri:
problemi *narrativi* e problemi *descrittivi*

Un problema narrativo dovrebbe favorire la comprensione.
Ma succede davvero così ?
A volte la presenza di una storia sembra quasi confondere i bambini, che si perdono in dettagli narrativi irrilevanti.
...come si spiega?

Il fatto è che l'autore del problema presta molta attenzione alla dimensione logica e matematica...
...ma non è altrettanto attento alla dimensione narrativa.

Soprattutto non si preoccupa di integrare / coordinare le due dimensioni.

Questa scarsa integrazione è fonte di ostacoli.

Un problema narrativo dovrebbe favorire la comprensione.
Ma succede davvero così ?
A volte la presenza di una storia sembra quasi confondere i bambini, che si perdono in dettagli narrativi irrilevanti.
...come si spiega?

La comprensione di un problema

- Ostacoli legati ad aspetti linguistici general
- Le specificità del genere 'problema', e alcuni sottogeneri:

problemi *narrativi* e problemi *descrittivi*
- Ostacoli legati alla scarsa integrazione fra dimensione narrativa e dimensione logica:
 - nel contesto

 → ...è una storia
 - fra contesto e domanda

La comprensione di una storia

sequenzialità

causalità

verosimiglianza

La comprensione di una storia

sequenzialità

sequenzialità

Tale comprensione può risultare più o meno problematica a seconda delle scelte del narratore.

Una stessa storia può essere infatti raccontata in tanti modi diversi:

- il narratore può scegliere di presentare i fatti nel loro ordine naturale,
- oppure iniziare presentando i fatti centrali,
- addirittura partire dal finale,
- può anche alternare movimenti in avanti e indietro nel tempo.

La comprensione sarà più complessa quando il narratore non presenta i fatti nel loro ordine naturale, cioè quando i tempi della storia e quelli del racconto non coincidono.

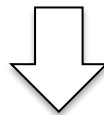
In tal caso il lettore dovrà ricostruire la sequenza degli eventi, interpretando correttamente gli indicatori temporali presenti nel testo (i tempi verbali, i connettivi temporali, ..).

sequenzialità

Non a caso le favole, che all'inizio venivano narrate oralmente, in genere sono costruite secondo l'ordine naturale degli eventi.

Eco parla di 'forme semplici' di racconto, che si riducono alla fabula:

“Ci sono dei racconti detti forme semplici, come le fiabe, in cui c'è solo la fabula, e "Cappuccetto Rosso" è uno di questi: inizia con la bambina che esce di casa e si avventura nel bosco, e finisce con la morte del lupo e il ritorno della bambina a casa.”



I problemi standard sono forme semplici

sequenzialità

Esempi poco felici:

La partita di mele

Un fruttivendolo *compra* una partita di mele in Val di Non del peso complessivo di 36 q. Durante il trasporto ne *perde* $1/36$ e alla fine della vendita $1/7$ della rimanenza è *stato scartato* dai clienti.

Quanti quintali di mele è riuscito a vendere in totale il fruttivendolo?

I grappoli di uva

Graziano, dopo la vendemmia, *ha preparato* 36 cestini di uva nera da dare ai suoi invitati per la festa della vendemmia. *Regala* 2 cestini a ciascun invitato.

Quanti *sono* gli invitati?

Se ogni cestino pesa 2,5 Kg, quanti chilogrammi di uva *userà* per confezionare tutti i cestini?

La comprensione di una storia

sequenzialità

causalità

verosimiglianza

La comprensione di una storia

causalità

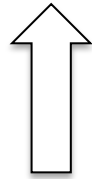
causalità

Nella comprensione di una storia sono particolarmente importanti i legami di *causalità* che legano le varie parti del testo. Si tratta di un tipo di causalità diverso da quello che caratterizza un'argomentazione logica.



‘La struttura di un’argomentazione logica ben costruita è radicalmente diversa da quella di un racconto efficacemente impostato. [...] Il termine «allora» riveste funzioni molto diverse nell’enunciato logico “se X, allora Y” e nel testo narrativo “il re morì e allora morì anche la regina”. Nel primo caso esso allude a una ricerca delle condizioni universali di verità, nel secondo a probabili rapporti particolari fra due eventi: un dolore mortale, il suicidio o un delitto’ [Bruner, 1986, tr. it. p.16].

La comprensione di una storia quindi mette in gioco un tipo di pensiero in grado di comprendere le persone, le loro intenzioni, i loro sentimenti...



‘La struttura di un’argomentazione logica ben costruita è radicalmente diversa da quella di un racconto efficacemente impostato. [...] Il termine «allora» riveste funzioni molto diverse nell’enunciato logico “se X, allora Y” e nel testo narrativo “il re morì e allora morì anche la regina”. Nel primo caso esso allude a una ricerca delle condizioni universali di verità, nel secondo a probabili rapporti particolari fra due eventi: un dolore mortale, il suicidio o un delitto’ [Bruner, 1986, tr. it. p.16].

La comprensione di una storia quindi mette in gioco un tipo di pensiero in grado di comprendere le persone, le loro intenzioni, i loro sentimenti...



PENSIERO
LOGICO

The diagram consists of two shapes: a red oval on the left and a cyan rectangle on the right. The oval contains the text 'PENSIERO NARRATIVO' and the rectangle contains the text 'PENSIERO LOGICO'.

PENSIERO
NARRATIVO

si occupa di categorizzare la realtà, di ricercare cause di ordine generale, applicando argomentazioni dimostrative...

PENSIERO
LOGICO

PENSIERO
NARRATIVO

...ma appare inadeguato a interpretare fatti umani, cioè a mettere in relazione azioni e intenzioni, desideri, convinzioni e sentimenti, a coglierne il significato

Anche nel caso dei problemi verbal...

...c'è evidenza sperimentale dell'importanza dei legami di **tipo causale** fra le parti del testo

- Gli operai
- Le uova

I tre operai

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.
Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

Da una ricerca di D' Amore et al. (1995)

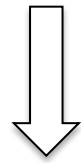
Ad allievi della scuola primaria e secondaria di 1° grado viene proposto il testo di un problema standard.

Si richiede agli allievi – senza risolverlo! – di riformularlo per proporlo ad altri allievi...

...nel modo che ritengono migliore perché altri lo possano capire

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.
Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

descrittivo



gli allievi riformulano così

Tre operai impiegano 6 giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.


narrativo

Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.

Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.

Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo?
Perché?

Calcola quanto tempo impiegheranno.

- 
- non è un dato essenziale per risolvere il problema
 - ...ma è essenziale per ***comprenderlo!***

Tre operai fanno tutti i giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.

Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.

Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.

Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo?
Perché?

Calcola quanto tempo impiegheranno

Tre operai...



Due operai allo *stesso lavoro*



AIUTO!
Mi fa male il
piede!
AIUTO!

POVERINO!
SI DEV'ESSERE
FATTO TANTO
MALE!

POVERO
GIACOMO



Non riesco a immaginare la scena perchè non so che lavoro fanno.

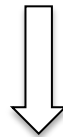
Non capisco come rispondere alla domanda perchè all'inizio gli operai sono tre, e poi sono due, non è spiegato molto bene.

Questo problema è troppo corto e non si riesce a capire bene quello che succede.

Osservazione

- Dopo che i bambini hanno analizzato il testo e lo hanno riformulato introducendo nessi espliciti di causalità...

→ ...aumenta il numero dei bambini che sa risolvere il problema



alcune risposte mancate o scorrette erano dovute
a mancanza di comprensione

Osservazione

- Dopo che i bambini hanno analizzato il testo e lo hanno riformulato introducendo nessi espliciti di causalità...
 - ...aumenta il numero dei bambini che sa risolvere il problema
 - e comunque diminuisce il numero dei bambini che danno risposte apparentemente assurde, o comunque incoerenti con la domanda

Le uova

Le uova (1^a primaria)

La mamma compra 17 uova. Durante il viaggio di ritorno se ne rompono 7. Quante uova le resteranno?

RISPOSTE NARRATIVE:

Rispondono a un'altra domanda:

Perché si sono rotte le uova?

Si è ribaltato il cestino.

Forse non sapeva che dentro c'erano delle uova con dentro dei pulcini.

Non si accorge che si forma un buco nel sacchetto.

Per distrazione si rompono.

Le uova (riformulata)

Luigi invita i suoi amici a giocare alla Wii. Per la merenda **la mamma vuole preparare una torta al cioccolato**. Controllando di avere tutte le cose che servono, si accorge che mancano le uova.

La mamma va al supermercato sotto casa e compra 12 **SPARISCONO LE RISPOSTE** fatto le corre tra i p **NARRATIVE!** porta con le uova. Disperata apre la confezione delle uova e vede che 4 sono rotte.

Le informazioni necessarie per comprendere il problema

Informazioni NARRATIVAMENTE RILEVANTI

\neq

Informazioni LOGICAMENTE RILEVANTI

Le informazioni necessarie per risolvere il problema

La comprensione di una storia

sequenzialità

causalità

verosimiglianza

La comprensione di una storia

verosimiglianza

verosimiglianza

“La regola fondamentale per affrontare un testo narrativo è che il lettore accetti, tacitamente, un *patto finzionale* con l'autore (...).

Il lettore deve sapere che quella che gli viene raccontata è una storia immaginaria, senza per questo ritenere che l'autore dica una menzogna.” (Eco, 1994, tr.it. p. 91)

Ma nell'ascoltare questa storia immaginaria il lettore, dice Eco, sospende l'incredulità riguardo a certe cose, e non ad altre (ivi, p. 94):

“Quando entriamo nel bosco narrativo ci si richiede di sottoscrivere il patto funzionale con l'autore, e siamo disposti ad attenderci che i lupi parlino; ma quando Cappuccetto rosso viene divorata dal lupo pensiamo che sia morta (e questa convinzione è molto importante per la catarsi finale, e per provare il piacere straordinario della sua resurrezione).

Pensiamo che il lupo sia peloso e con le orecchie ritte, più o meno come i lupi dei boschi reali, e ci pare naturale che Cappuccetto Rosso si comporti da bambina, e sua mamma da donna adulta preoccupata e responsabile. Perché? Perché così avviene nel mondo della nostra esperienza, un mondo che per ora, senza troppi impegni ontologici, chiameremo mondo reale. (...) Pare dunque che, leggendo storie di finzione, noi sospendiamo l'incredulità riguardo a certe cose, e non ad altre.”

verosimiglianza



artificiosità

Alcuni elementi di artificiosità:

- Artificiosità dei dati necessari per la soluzione

Automobiline

Giulio e Andrea per giocare mettono insieme le loro automobiline.

Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.

Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?

Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio.

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

verosimiglianza

artificiosità

Alcuni elementi di artificiosità:

- Artificiosità dei dati necessari per la soluzione
- Scelta artificiosa degli elementi da descrivere
- Modo artificioso di descrivere tali elementi

IL NARRATORE

IL NARRATORE

```
graph TD; A[IL NARRATORE] --> B[INTERNO]; A --> C[ESTERNO]; B --- D[personaggio della storia]; C --- E[può avere diversi punti di vista];
```

INTERNO

personaggio della storia

ESTERNO

può avere diversi punti di vista

FOCALIZZAZIONE

- Focalizzazione zero: il narratore esterno è onnisciente, cioè sa tutto di ciò che accade, è accaduto o accadrà nel corso della storia. Conosce anche i pensieri, le emozioni e le intenzioni dei personaggi. Il narratore sa quindi più dei suoi personaggi.
- Focalizzazione interna: il narratore adotta il punto di vista di un personaggio (o di più personaggi diversi: focalizzazione interna multipla), quindi sa esattamente quello che sa tale personaggio, i suoi pensieri, le sue intenzioni ecc., ma non quelli degli altri a meno che nel corso della storia non glieli abbiano riferiti.
- Focalizzazione esterna: il narratore esterno adotta il punto di vista di un osservatore estraneo alla vicenda, che riferisce solo ciò che può vedere, ossia gli eventi e le azioni dei personaggi, ma non i loro pensieri o sentimenti. Il narratore quindi sa meno dei personaggi, perché non conosce quello che pensano e che sentono.

FOCALIZZAZIONE

Favorisce l'immedesimazione dell'allievo

Nel caso dei problemi...

- ...il narratore in genere è:
 - Esterno (uso della terza persona)
- Focalizzazione:
 - non interna
- Comunque anche:
 - *reticente*
 - *perverso*

La spesa

Anna e il suo fratellino hanno fatto una spesa per la mamma. Devono comprare il detersivo per la lavatrice. Al supermercato compiono la spesa e la mamma ha chiesto.

Il narratore non dice quanto hanno speso per il detersivo...

...è RETICENTE

Pagano 1 euro e 50 centesimi per il latte e 1 euro e 40 centesimi per il pane.

Hanno di resto 3 euro.

Quanto è costato il detersivo per la lavatrice?

Le mele

Un fruttivendolo compra una partita di mele in Val di Non del peso complessivo di 36 q. Durante il trasporto ne perde $\frac{1}{36}$ e alla fine della vendita $\frac{1}{7}$ della rimanenza è stato scartato dai clienti.

Quanti quintali di mele è riuscito a vendere in totale il fruttivendolo?

Il narratore dice quello che sa in un modo contorto...

...è PERVERSO

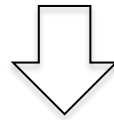
Prime conclusioni

Nei problemi narrativi spesso manca un'adeguata integrazione fra:

- dimensione logica
- dimensione narrativa

In particolare:

- C'è scarsa attenzione ai dati narrativamente rilevanti
- C'è scarsa attenzione alla verosimiglianza narrativa dei dati logicamente rilevanti
- Il narratore spesso è reticente o perverso.



difficoltà a livello di comprensione

Attività 2

Analizzate i seguenti problemi evidenziando eventuali elementi di artificiosità:

- Artificiosità delle informazioni rilevanti per la soluzione
- Scelta artificiosa delle informazioni rilevanti per la soluzione (narratore *reticente*)
- Modo artificioso di dare tali informazioni (narratore *perverso*)

Attività 2

Il salvadanaio

Luca e Franco hanno aperto il loro salvadanaio. Luca ha trovato meno soldi di Franco. Allora Franco dà 50 € a Luca che, ora, ne possiede 120.

Quanti soldi aveva trovato Luca nel suo salvadanaio?

Le pizze

Un pizzaiolo prepara ogni sera i panetti per fare le pizze.

Sopra ogni pizza mette 10 grammi di capperi e 100 grammi di pomodoro.

Stasera ha consumato 15 ettogrammi di capperi e 150 ettogrammi di pomodoro.

Quante pizze ha preparato?

L'insalata

Un agricoltore raccoglie 50 cespi di insalata; ne vende la metà a €2 cadauno e l'altra metà diminuita di 5 unità a €1,50 cadauno.

Quanto incassa? Quanto guadagna se dovrà pagare un'imposta di €0,25 per ogni cespo di insalata venduto?

I classificatori

Ho 80 € e compero: 6 quaderni a 3 € l'uno; 12 matite colorate a 2 € l'una; un libro che mi costa la metà di quanto ho già speso per quaderni e matite.

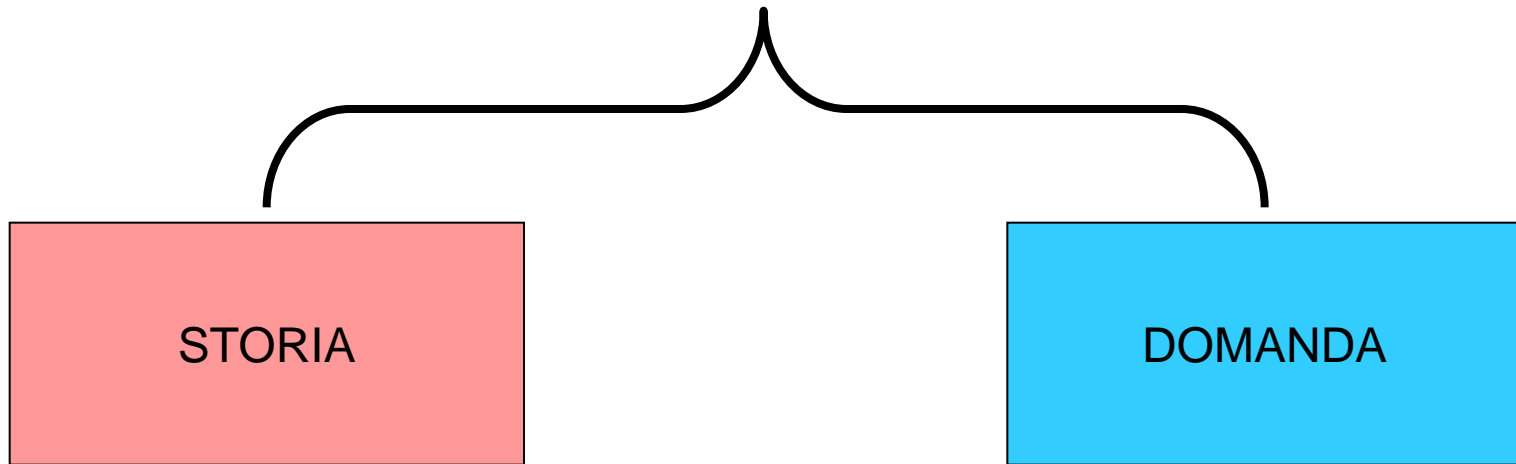
Mi servono anche dei classificatori che costano l'uno 4 €.

Quanti ne posso comprare con il denaro che mi resta?

La comprensione di un problema

- Ostacoli legati ad aspetti linguistici generali
- Le specificità del genere 'problema', e alcuni sottogeneri:
 - Problemi narrativi e problemi descrittivi
- Ostacoli legati alla scarsa integrazione fra dimensione narrativa e dimensione logica:
 - nel contesto
 - fra contesto e domanda

PROBLEMA



È una specificità dei problemi che li differenzia da un testo narrativo

- Per comprendere il problema l'allievo deve comprendere la storia
- ...ma deve comprendere anche la domanda

A red rectangular box with a thin black border, containing the word "STORIA" in black capital letters.

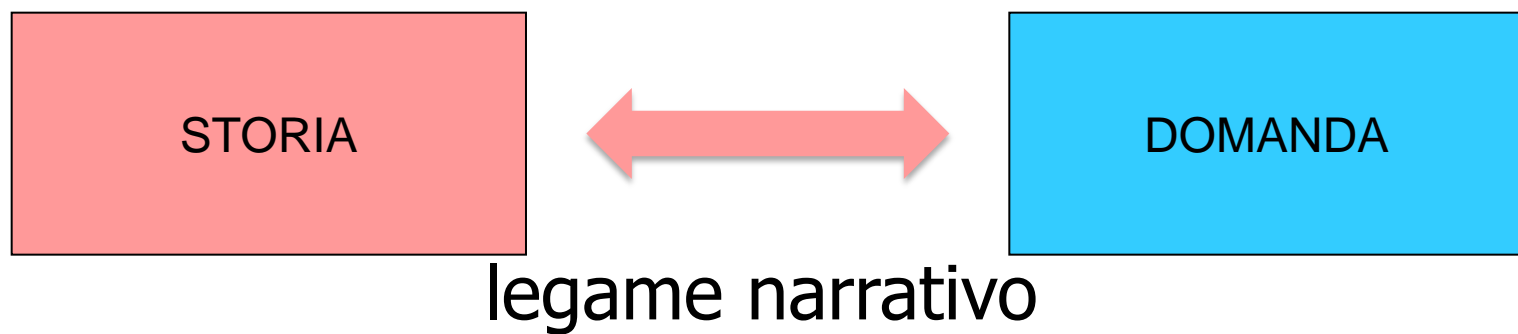
STORIA

A blue rectangular box with a thin black border, containing the word "DOMANDA" in black capital letters.

DOMANDA

È una specificità dei problemi che li differenzia da un testo narrativo

La comprensione della storia sostiene la
comprensione della domanda se c'è *legame
narrativo* fra storia e domanda



Se questo legame non c'è, la comprensione della storia:

- non sostiene la comprensione della domanda
- addirittura la può ostacolare



La spesa

Anna e il suo fratellino Marco vanno a fare la spesa per la mamma. Devono prendere il latte, il pane, e il detersivo per la lavatrice. La mamma dà loro 10 euro.

Al supermercato comprano tutto quello che la mamma ha chiesto.

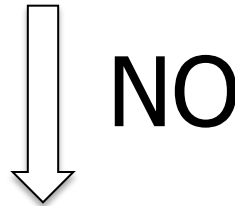
Pagano 1 euro e 50 centesimi per il latte e 1 euro e 40 centesimi per il pane.

Hanno di resto 3 euro.

Quanto è costato il detersivo per la lavatrice?

1° test di continuità narrativa

La domanda fa riferimento a personaggi della storia?



C'è frattura narrativa fra contesto (la storia) e la domanda

Nel parco

(INVALSI 2009-'10, D2, V primaria)

- Davide sta andando in bicicletta nel parco. Si ferma davanti al bivio dove vede queste indicazioni:



a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?

- ☐ 5 km
- ☐ 9,5 km
- ☐ 14,5 km
- ☐ 17 km

b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?

Risposta: km

In tali casi la comprensione della storia non sostiene la comprensione della domanda

- la storia non è necessariamente d' aiuto
- addirittura può essere d' ostacolo

FRATTURA NARRATIVA



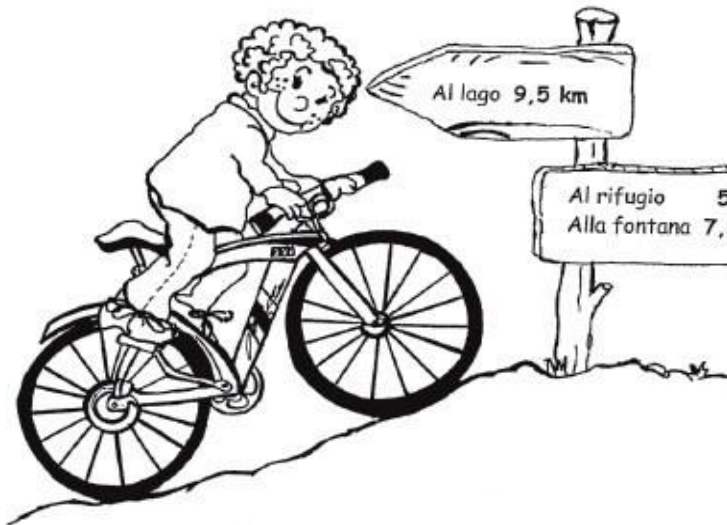
Il bambino che si è calato nella storia:

- risponde a una domanda diversa, più coerente con la storia stessa
- oppure per rispondere trae inferenze di tipo narrativo dalla storia

Nel parco

(INVALSI 2009-'10, D2, V primaria)

- Davide sta andando in bicicletta nel parco. Si ferma davanti al bivio dove vede queste indicazioni:



ALCUNE RISPOSTE:

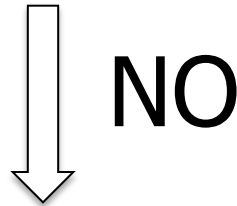
- 'Davide sembra arrivare dal lago e non essere a un bivio'
- 'Davide non vede i cartelli perché ha la faccia girata'
- 'Dalle domande, siccome si parla sempre di rifugio, sembra di capire che Davide sia al rifugio'

b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana?
strada?

Risposta: km

1° test di continuità narrativa

La domanda fa riferimento a personaggi della storia?



C'è frattura narrativa fra contesto (la storia) e la domanda

- Anche se il problema supera il 1° test di continuità narrativa...

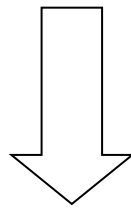
...cioè anche se nella domanda si fa riferimento a personaggi della storia

- ci può essere lo stesso frattura fra contesto e domanda

Margaret Donaldson

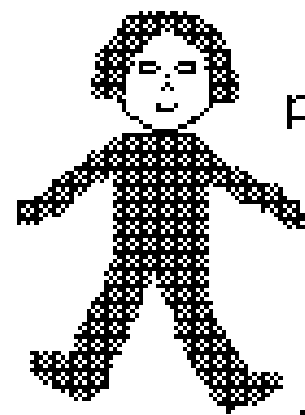
“Come ragionano i bambini”

sottolinea l'importanza della coerenza fra *contesto* e *domanda* per la comprensione della domanda



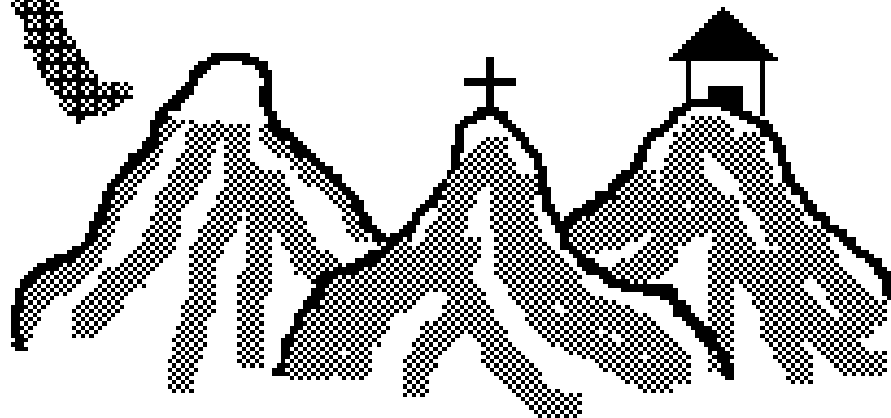
propone un'interpretazione alternativa dei risultati negativi alle prove di Piaget

Il test delle 3 montagne (Piaget)

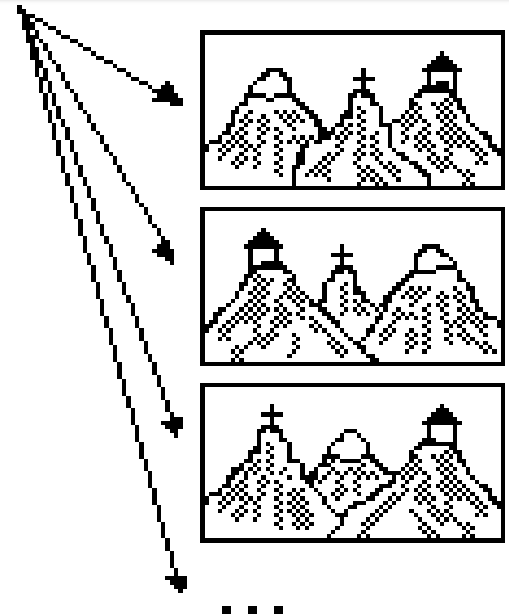


pupazzo

plastico



Che cosa vede il pupazzo?

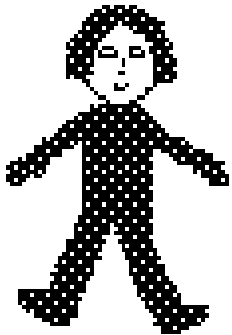


Il test delle montagne: la modifica di Martin Hughes

pupazzo-poliziotto

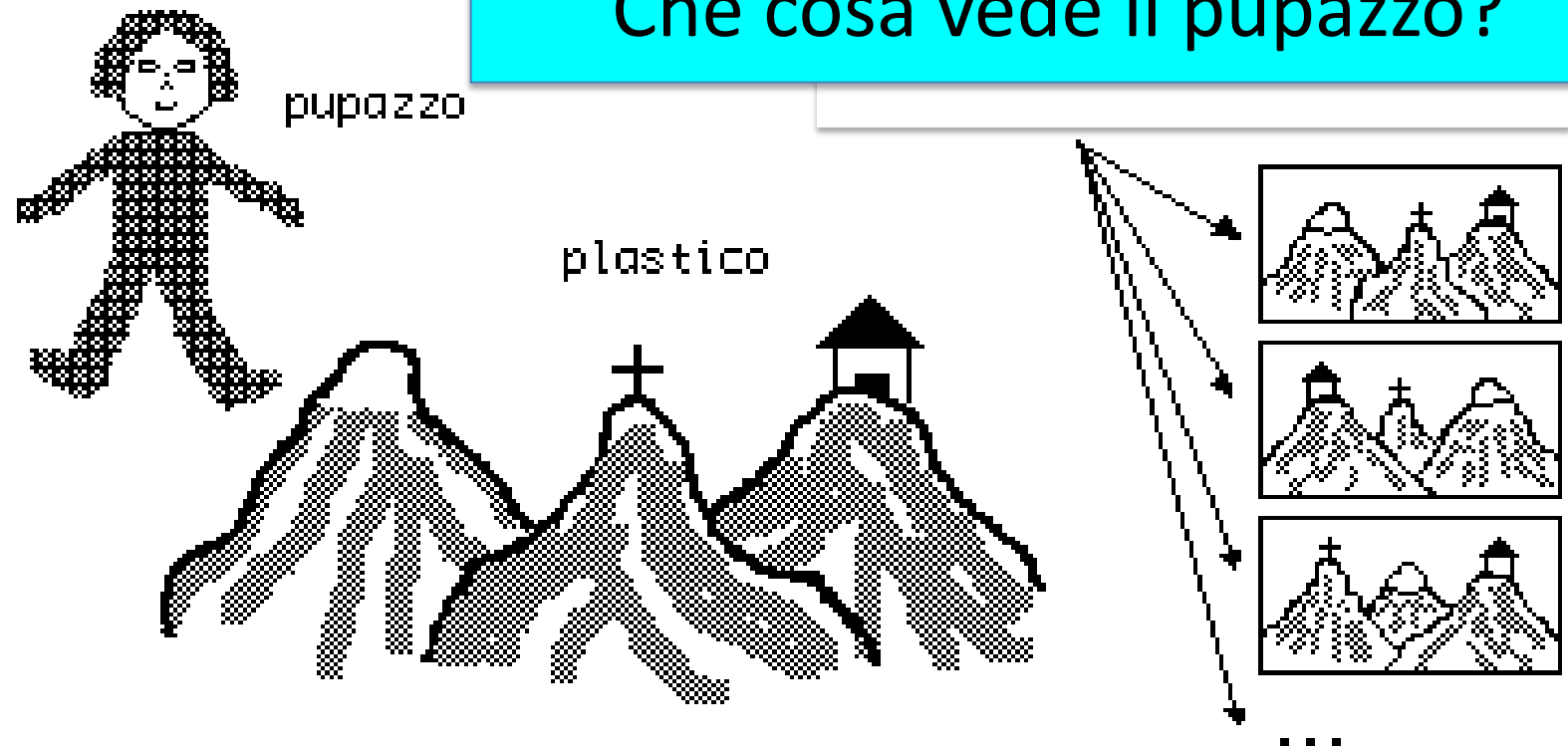


pupazzo-bambino



Dove si deve mettere il pupazzo
per non essere visto dal
poliziotto?

Il test delle 3 montagne (Piaget)



È una domanda posta **SUL** contesto

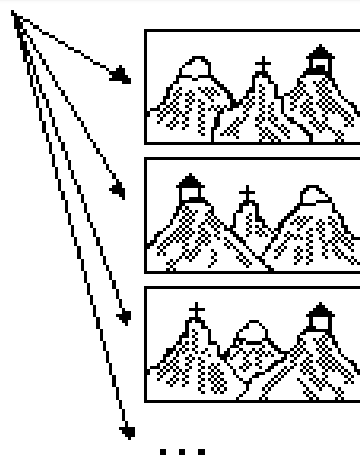
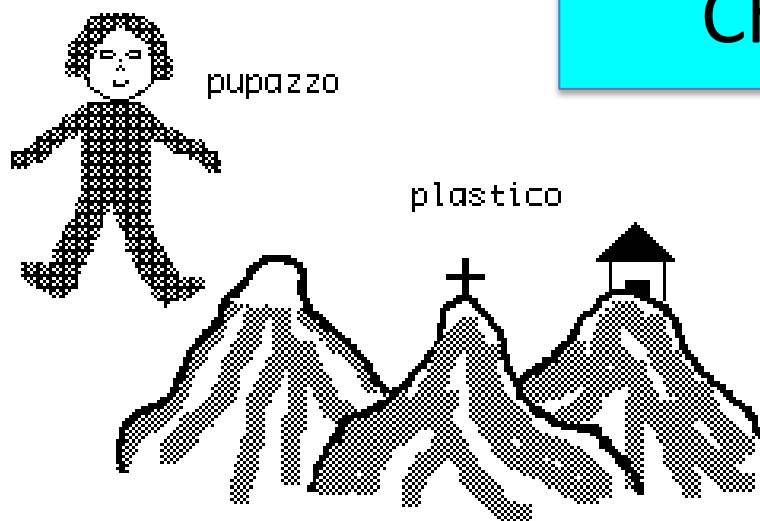
Il test delle montagne: la modifica di Martin Hughes



È una domanda che nasce **NEL** contesto

- Anche se il problema supera il 1° test di continuità narrativa...
...cioè anche se nella domanda si fa riferimento a personaggi della storia
- ci può essere lo stesso **frattura** fra contesto e domanda

Che cosa vede il pupazzo?

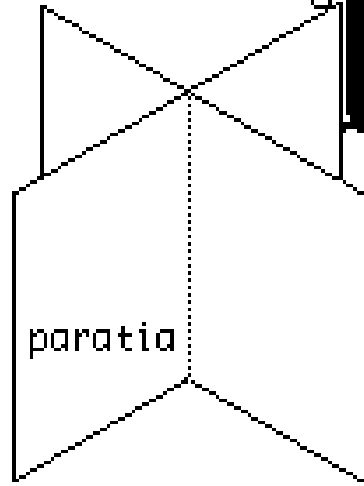
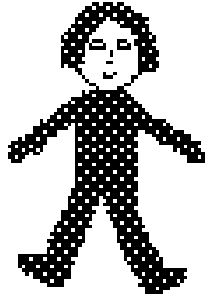


Il contesto è solo una scusa per porre una domanda.

pupazzo-poliziotto



pupazzo-bambino



Dove si deve mettere il pupazzo per non essere visto dal poliziotto?

In questo caso la domanda nasce *dentro la* storia.
C'è continuità narrativa.

La risposta alla domanda serve al personaggio-pupazzo per agire, per prendere decisioni.

2° test di continuità narrativa

Conoscere la risposta alla domanda serve ad un personaggio della storia per prendere decisioni?



NO

C'è frattura narrativa fra contesto (la storia) e la domanda

Nonna Adele

Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta un sacchetto di caramelle di frutta e ne offre ai bambini, richiedendo però che essi prendano le caramelle senza guardare nel pacco.

IL NARRATORE

Oggi è arrivata con un sacchetto contenente 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.



Se Matteo prende la caramella
capiti al gusto di arancia o di

Perché?

INQUISITORE:
domanda *sulla* storia

Perché è il suo gusto preferito

Perché ha guardato

Se Matteo prendeva quella al limone ne rimaneva una sola e invece è meglio prenderla all' arancia

FRATTURA NARRATIVA



Il bambino che si è calato nella storia:

- risponde a una domanda diversa, più coerente con la storia stessa
- oppure per rispondere trae inferenze di tipo narrativo dalla storia

Una sperimentazione

- Per aver conferma della nostra ipotesi abbiamo fatto una sperimentazione...
- ...riformulando Nonna Adele in modo da saldare la frattura narrativa, cioè da superare il 2° test di continuità:

Conoscere la risposta alla domanda serve ad un personaggio della storia?

Nonna Adele riformulata

Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta due sacchetti di caramelle che i bambini dovranno mettere nel cassetto di cucina, per poi mangiare una caramella ogni tanto.

La prima caramella però la possono mangiare subito, ma nonna Adele vuole che Elisa e Matteo la prendano da uno dei due sacchetti senza guardare dentro.

Oggi la nonna è arrivata con due sacchetti, uno bianco e uno rosso, e dice ai bambini: "In quello bianco ci sono 4 caramelle al gusto di menta e 3 al gusto di arancia, in quello rosso ci sono 3 caramelle al gusto di menta e 4 al gusto di arancia".

VERSIONE A

Se a Matteo piacciono di più le caramelle all'arancia, da quale dei due sacchetti gli conviene pescare? Perché?

SENZA FRATTURA

VERSIONE B

Se Matteo può prendere le caramelle per primo, è più facile che gli capiti una caramella all'arancia se pesca dal sacchetto bianco o dal sacchetto rosso? Perché?

FRATTURA

CLASSI SECONDE	Risposte corrette	Risposte scorrette
Versione A (non frattura)	44	12
Versione B (frattura)	27	29

Attività 3

(scuola elementare)

Analizzate i seguenti problemi evidenziando eventuali **fratture narrative** fra contesto e domanda.

Potete applicare i due test di continuità narrativa:

- Primo test di continuità narrativa: Nella domanda si fa riferimento a personaggi della storia?
- Secondo test di continuità narrativa: C'è un personaggio della storia cui serve conoscere la risposta alla domanda per raggiungere un suo scopo?

Attività 3

Cartoleria

Carlo compra un quaderno e due penne. Spende 2 euro. Una penna costa 60 centesimi.

Quanto costa il quaderno?

La scala

La strega Pasticcia ordina ai suoi gattini Buffetto e Sandogatt di lucidare tutta la lunga scala che porta alla torre più alta del castello.

Buffetto lucida 20 scalini.

Sandogatt ne lucida solo 3.

La strega ne lucida 7 più di lui.

Quanti scalini ha quella scala?

Spiega il tuo ragionamento.

Attività 3

La marmellata di pesche

Per preparare la marmellata di pesche la nonna ha usato 10 kg di pesche e 5 kg di zucchero.

La marmellata che si ottiene (togliendo gli scarti e tenendo conto della cottura) è $\frac{3}{5}$ del peso iniziale di pesche e zucchero.

Quanti vasetti della capacità di 250 grammi ha utilizzato la nonna?

Il compleanno

Per il compleanno di Ciancicasorci, uno dei gattini gialli, sono venuti tanti amici. Nel cortile del castello ci sono 40 gattini in festa. Strega Pasticcia fa avanti e indietro dalla cucina portando frittelle di alici e succo di erba gatta.

Ha preparato tavoli rotondi, coperti di tovaglie fatte di mortadella. Intorno a ogni tavolo c'è posto per 5 gattini.







Quanti sono i tavoli?

Attività 3

(scuola dell'infanzia)

- Riconoscete nei test di conservazione di Piaget descritti di seguito eventuali fratture fra contesto e domanda

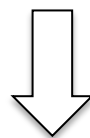
Allegato: Prove di conservazione di Piaget

tipo	al bambino viene mostrato:	lo sperimentatore:	il bambino risponde:
lunghezza	 <p>due asticelle ed egli concorda che hanno la stessa lunghezza</p>	 <p>sposta l'asticella inferiore e chiede se hanno ancora la stessa lunghezza</p>	<p>bambino nella fase preoperazionale: l'asticella inferiore è più lunga; bambino nella fase delle operazioni concrete: hanno la stessa lunghezza</p>
liquido	 <p>due bicchieri d'acqua uguali bassi e larghi, e il bambino concorda che contengono la stessa quantità</p>	 <p>travasa l'acqua dal bicchiere basso e largo a un bicchiere alto e stretto, e chiede se uno dei bicchieri contiene più acqua dell'altro o se tutti e due ne contengono la stessa quantità</p>	<p>bambino nella fase preoperazionale: il bicchiere più alto contiene più liquido; bambino nella fase delle operazioni concrete: contengono la stessa quantità</p>
numero	 <p>due file di pedine della dama e il bambino concorda che le file contengono lo stesso numero di pezzi</p>	 <p>sparge la seconda fila e chiede se una delle due contiene più pezzi o se ne contengono lo stesso numero</p>	<p>bambino nella fase preoperazionale: la fila più lunga contiene più pezzi; bambino nella fase delle operazioni concrete: non è cambiato il numero di pezzi nelle file</p>

- In caso di coerenza narrativa fra contesto e domanda ...

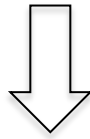
Il problema come storia 'sospesa'

- la risposta alla domanda prefigura una possibile direzione da dare agli eventi
- e quindi una possibile conclusione della storia.



La risposta alla domanda costituirà al tempo stesso la soluzione del problema e il completamento della storia. In questo modo si realizza un'integrazione profonda fra dimensione narrativa e dimensione logica.

PROBLEMA A QUADRETTI



PROBLEMA A RIGHE

Mancata integrazione fra
dimensione logica e dimensione
narrativa

Integrazione fra dimensione logica e
narrativa:

→ Racconta un problema (reale) di un
personaggio – per risolvere il quale c'è
bisogno della matematica - e poi chiede di
risolverlo.

→ La domanda in genere è del tipo:
'Come può fare xxx a risolvere il suo
problema?'

Oppure, per favorire l'immedesimazione :

'Come faresti se tu fossi xxx?'

'Aiuta xxx a risolvere il suo problema'

Un caso particolarmente
interessante di frattura narrativa

...di 'problemi a righe' solo apparenti

I problemi 'sfinge'

Teaching Mathematics as Storytelling, Zazkis&Liljedahl, 2009

Dopo tante avventure il cavaliere Nadir può finalmente tornare a casa. Il terzo giorno di viaggio arriva a un grande fiume: si guarda intorno e vede solo una barca; accanto alla barca sta seduto un vecchio con una lunghissima barba bianca. Nadir si avvicina al vecchio, e gli chiede gentilmente: "Caro vecchio, mi puoi portare dall'altra parte del fiume? Devo tornare a casa. Ti posso pagare 5 denari: è tutto quello che mi rimane."

Il vecchio risponde: "Non voglio i tuoi denari. Ma io porto dall'altra parte del fiume solo i valorosi che sanno rispondere alle mie domande. E ti assicuro che finora sono stati pochi."

Nadir dice: "Non ho paura delle tue domande, caro vecchio. Sono pronto. Chiedimi e risponderò." E il vecchio:

"Nel tempio antico c'è un tappeto rettangolare, fatto di quadratini tutti uguali cuciti insieme dalle donne del paese. Il bordo è formato da 44 quadrati, e sul lato lungo del bordo c'è il doppio di quadrati che su quello corto.

Se vuoi che ti porti dall'altra parte del fiume, valoroso cavaliere, mi devi dire: quanti quadrati c'erano sul lato lungo di quel tappeto, e quanti sul lato corto?"

Puoi aiutare Nadir a rispondere?

I problemi 'sfinge'

Teaching Mathematics as Storytelling, Zazkis&Liljedahl, 2009

- Questo tipo di contestualizzazione ha notevoli potenzialità dal punto di vista motivazionale
- in particolare 'scarica' la responsabilità di rispondere sul protagonista della storia, e coinvolge l'allievo in modo indiretto, riducendo la sensazione di essere chiamato in causa direttamente per dimostrare di sapere la risposta.

I problemi 'sfinge'

Teaching Mathematics as Storytelling, Zazkis&Liljedahl, 2009

Ma ...

- quello che a noi interessa della storia non è tanto la sua potenzialità a livello motivazionale, quanto la sua potenzialità nel favorire la comprensione del problema, attraverso la conoscenza delle cose del mondo evocata.
- In questo caso la risposta alla domanda (*'quanti quadrati c'erano sul lato lungo di quel tappeto, e quanti sul lato corto?'*) pur essendo funzionale al raggiungimento dello scopo del protagonista (farsi portare di là dal fiume) è collegata alla storia in modo artificioso.
- Per convincersene basta pensare che nella stessa storia possiamo inserire *qualunque* problema matematico.

I problemi 'sfinge'

Teaching Mathematics as Storytelling, Zazkis&Liljedahl, 2009

Dopo tante avventure il cavaliere Nadir può finalmente tornare a casa. Il terzo giorno di viaggio arriva a un grande fiume: si guarda intorno e vede solo una barca; accanto alla barca sta seduto un vecchio con una lunghissima barba bianca. Nadir si avvicina al vecchio, e gli chiede gentilmente: "Caro vecchio, mi puoi portare dall'altra parte del fiume? Devo tornare a casa. Ti posso pagare 5 denari: è tutto quello che mi rimane."

Il vecchio risponde: "Non voglio i tuoi denari. Ma io porto dall'altra parte del fiume solo i valorosi che sanno rispondere alle mie domande. E ti assicuro che finora sono stati pochi."

Nadir dice: "Non ho paura delle tue domande, caro vecchio. Sono pronto. Chiedimi e risponderò." E il vecchio:

Un sovrano possiede 11 animali, fra cavalli e galli.

Le zampe sono 34.

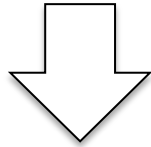
Quanti sono i cavalli?

Quanti sono i galli?

Puoi aiutare Nadir a rispondere?

Nei problemi sfinge:

- Il collegamento storia / domanda del problema è artificioso
- Alla continuità narrativa non corrisponde una continuità logica



La comprensione della storia non aiuta la comprensione del problema matematico che sta *dentro* la cornice, ma solo la comprensione del problema reale che ha il protagonista.

Dopo tante avventure il cavaliere Nadir può finalmente tornare a casa. Il terzo giorno di viaggio arriva a un grande fiume: si guarda intorno e vede solo una barca; accanto alla barca sta seduto un vecchio con una lunghissima barba bianca. Nadir si avvicina al vecchio, e gli chiede gentilmente: "Caro vecchio, mi puoi portare dall'altra parte del fiume? Devo tornare a casa. Ti posso pagare 5 denari: è tutto quello che mi rimane."

Il vecchio risponde: "Non voglio i tuoi denari. Ma io porto dall'altra parte del fiume solo i valorosi che sanno rispondere alle mie domande. E ti assicuro che finora sono stati pochi."

Nadir dice: "Non ho paura delle tue domande, caro vecchio. Sono pronto. Chiedimi e risponderò." E il vecchio:

"Nel tempio antico c'è un tappeto rettangolare, fatto di quadratini tutti uguali cuciti insieme dalle donne del paese. Il bordo è formato da 44 quadrati, e sul lato lungo del bordo c'è il doppio di quadrati che su quello corto.

Se vuoi che ti porti dall'altra parte del fiume, valoroso cavaliere, mi devi dire: quanti quadrati c'erano sul lato lungo di quel tappeto, e quanti sul lato corto?"

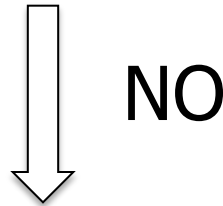
Puoi aiutare Nadir a rispondere?

Nei problemi sfinge:

- Le domande in genere sono due
 - Una del problema 'incorniciato'
 - L'altra : 'Come deve rispondere xxx per ...?'
- Al protagonista non serve conoscere la risposta alla domanda del problema matematico per prendere decisioni
- ...gli serve solo dare la risposta corretta!

2° test di continuità narrativa

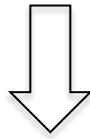
Conoscere la risposta alla domanda serve ad un personaggio della storia per prendere decisioni?



Nei problemi sfinge:

- Le domande in genere sono due
 - Una del problema 'incorniciato'
 - L'altra : 'Come deve rispondere xxx per ...?'
- Al protagonista non serve conoscere la risposta alla domanda del problema matematico per prendere decisioni
- ...gli serve solo dare la risposta corretta!

PROBLEMA A QUADRETTI



PROBLEMA A RIGHE

Mancata integrazione fra
dimensione logica e dimensione
narrativa

Integrazione fra dimensione logica e
narrativa:

→ Racconta un problema (reale) di un
personaggio – per risolvere il quale c'è
bisogno della matematica - e poi chiede di
risolverlo.

→ La domanda in genere è del tipo:
'Come può fare xxx a risolvere il suo
problema?'

Oppure, per favorire l'immedesimazione :

'Come faresti se tu fossi xxx?'

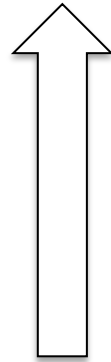
'Aiuta xxx a risolvere il suo problema'

Riformulare un problema a quadretti: le scelte dell'insegnante

Quando si pone la questione?

- quando un problema ha una struttura matematica significativa...
- ...ma criticità nella formulazione

L'insegnante ha diverse possibilità



In caso di scarsa integrazione
fra dimensione logica e dimensione narrativa...

...che fare?

1. Possiamo riformulare in modo da saldare le fratture narrative, e ottenere un problema “a righe”

...che fare?

Nonna Adele riformulata (A)

Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta due sacchetti di caramelle che i bambini dovranno mettere nel cassetto di cucina, per poi mangiare una caramella ogni tanto.

La prima caramella però la possono mangiare subito, ma nonna Adele vuole che Elisa e Matteo la prendano da uno dei due sacchetti senza guardare dentro.

Oggi la nonna è arrivata con due sacchetti, uno bianco e uno rosso, e dice ai bambini: "In quello bianco ci sono 4 caramelle al gusto di menta e 3 al gusto di arancia, in quello rosso ci sono 3 caramelle al gusto di menta e 4 al gusto di arancia".

**Se a Matteo piacciono di più le caramelle all'arancia,
da quale dei due sacchetti gli conviene pescare?
Perché?**

A volte la riformulazione è complessa

La spesa

Anna e il suo fratellino Marco vanno a fare la spesa per la mamma. Devono prendere il latte, il pane, e il detersivo per la lavatrice. La mamma dà loro 10 euro.

Al supermercato comprano tutto quello che la mamma ha chiesto.

Pagano 1,5 € per il latte e 1,4 € per il pane.
Hanno di resto 3€.

NARRATORE RETICENTE

Quanto è costato il detersivo per la lavatrice?

**FRATTURA NARRATIVA
DI 1° LIVELLO**

La spesa (riformulazione 1)

Anna e il suo fratellino Marco vanno a fare la spesa per la mamma. Devono prendere il latte e il pane, e poi il detersivo per la vicina di casa, che è malata e non può uscire. La mamma dà loro 10 euro.

Pagano con la loro banconota e ricevono 3 euro di resto dalla cassiera.

Al supermercato comprano tutto quello che la mamma ha chiesto.

Arrivati a casa, portano il detersivo alla vicina, che chiede: «Quanto vi devo dare per il detersivo?»

Marco e Anna si accorgono di aver perso lo scontrino, ma ricordano che il latte costava 1 euro e 50 centesimi e il pane 1 euro e 40 centesimi.

Aiutali a capire quanto devono chiedere a Dora per il detersivo.

La spesa (riformulazione 2)

Anna va a fare la spesa per la mamma. Deve comprare il latte e il pane. La mamma le dà 10€.

Mentre scende le scale Anna incontra Marco, un suo amico che abita al piano di sotto.

Marco le chiede: «Esci? Mi puoi fare un piacere? Mi compri una scatola di pennarelli a punta grossa? Li devo portare domani a scuola ma non posso uscire perché devo aspettare il mio fratellino. Quando torni ti darò i soldi».

Anna risponde di sì.

Arrivata al supermercato, compra il latte e il pane per la mamma e i pennarelli per Marco. Paga con i soldi che le ha dato la mamma e riceve 3 euro di resto dalla cassiera.

Quando arriva a casa, porta i pennarelli a Marco.

Marco le chiede: «Quanto hai speso per i pennarelli? »

Anna si accorge di aver perso lo scontrino. Insieme a Marco vede che il prezzo è scritto solo sul latte e sul pane: il latte costa 1 euro e 50 centesimi e il pane 1 euro e 40 centesimi.

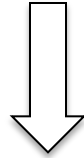
Come possono fare Anna e Marco a capire quanto è costata la scatola di pennarelli?

La spesa (riformulazione 3)

Anna e suo fratello Marco vanno a fare la spesa per la mamma nel negozio vicino a casa. Devono acquistare il latte, il pane e il detersivo per la lavatrice e con il resto possono comprare l'album delle figurine, che costa 3€.

La mamma dà loro 10€. Al negozio vedono che il latte costa 1,50€ e il pane 1,40€. I bambini si chiedono: «quanto possiamo spendere per il detersivo per poter comprare anche l'album delle figurine?»

1. Possiamo riformulare in modo da saldare le fratture narrative, e ottenere un problema “a righe”



A seconda del caso può essere molto complesso:
...ne deve valere la pena!

...che fare?

Quando 'ne vale la pena'?

- In presenza di un problema significativo dal punto di vista matematico
- In particolare quando il problema vuole introdurre o comunque far lavorare su un concetto particolarmente significativo:
 - La proporzionalità
 - Il concetto di area, la differenza area/ perimetro
 - Le frazioni (e le operazioni...)
 - ...
- In presenza di allievi 'narrativi'
- In presenza di allievi che hanno un rapporto negativo con la matematica
- Quando si vuol far lavorare gli allievi sulla modellizzazione

1. Possiamo riformulare in modo da saldare le fratture narrative, e ottenere un problema “a righe”
2. Possiamo eliminare i dettagli narrativi non rilevanti per la soluzione

...che fare?

Nonna Adele semplificata

In un sacchetto ci sono 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.

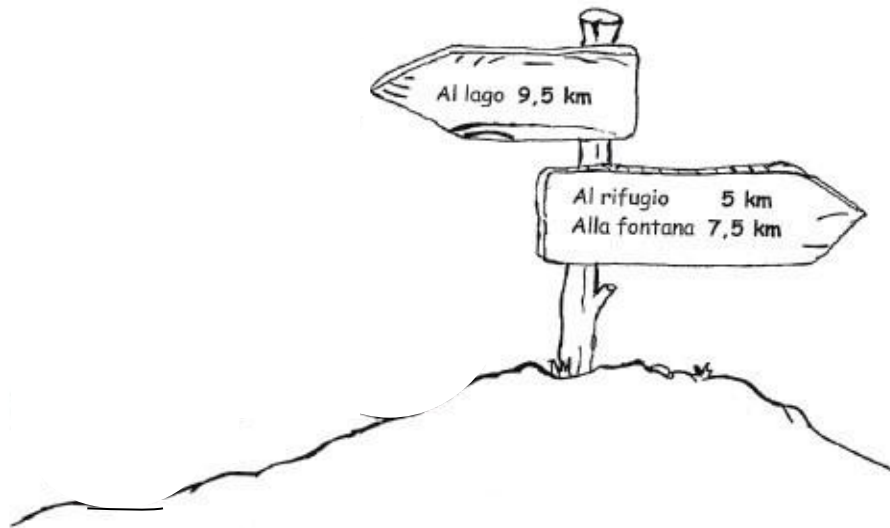
A occhi chiusi, è più facile pescare una caramella al gusto di arancia o di limone?

Perché?

Nel parco

(INVALSI 2009-'10, D2, V primaria)

- Nel parco c'è un bivio con queste indicazioni:



a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?

- ☐ 5 km
- ☐ 9,5 km
- ☐ 14,5 km
- ☐ 17 km

b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?

Risposta: km

1. Possiamo riformulare in modo da saldare le fratture narrative, e ottenere un problema “a righe”
2. Possiamo eliminare i dettagli narrativi non rilevanti per la soluzione
3. Possiamo riformulare in modo da ottenere un problema-sfinge

Che fare?

I problemi 'sfinge'

Teaching Mathematics as Storytelling, Zazkis&Liljedahl, 2009

Dopo tante avventure il cavaliere Nadir può finalmente tornare a casa. Il terzo giorno di viaggio arriva a un grande fiume: si guarda intorno e vede solo una barca; accanto alla barca sta seduto un vecchio con una lunghissima barba bianca. Nadir si avvicina al vecchio, e gli chiede gentilmente: "Caro vecchio, mi puoi portare dall'altra parte del fiume? Devo tornare a casa. Ti posso pagare 5 denari: è tutto quello che mi rimane."

Il vecchio risponde: "Non voglio i tuoi denari. Ma io porto dall'altra parte del fiume solo i valorosi che sanno rispondere alle mie domande. E ti assicuro che finora sono stati pochi."

Nadir dice: "Non ho paura delle tue domande, caro vecchio. Sono pronto. Chiedimi e risponderò." E il vecchio:

Immagina di avere davanti un sacchetto con 3 monete d'oro e 2 d'argento. A occhi chiusi è più facile pescare una moneta d'oro o una d'argento? Perché?

Puoi aiutare Nadir a rispondere?

1. Possiamo riformulare in modo da saldare le fratture narrative, e ottenere un problema “a righe”
2. Possiamo eliminare i dettagli narrativi non rilevanti per la soluzione
3. Possiamo riformulare in modo da ottenere un problema-sfinge
4. Possiamo rinunciare addirittura ad una contestualizzazione concreta

Che fare?

Automobiline

Giulio e Andrea per giocare mettono insieme le loro automobiline.

Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobiline che aveva all'inizio del gioco.

Tutte le automobiline sono 48, ma come dividerle?

Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio.

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

Automobiline (versione astratta)

La somma di due numeri è 48.

Si sa che uno dei due numeri è il triplo dell'altro.

Quali sono i due numeri?

1. Possiamo eliminare i dettagli narrativi non rilevanti per la soluzione
2. Possiamo riformulare in modo da saldare le fratture narrative
3. Possiamo riformulare in modo da ottenere un problema-sfinge
4. Possiamo rinunciare addirittura ad una contestualizzazione concreta
5. Possiamo *non* riformulare, e:
 - essere consapevoli dei possibili ostacoli che il problema presenta
 - lavorare con gli allievi in modo critico sul testo

Che fare?

Costruire un problema a righe

Ovvero: 'igiene' della formulazione del testo

Alcuni suggerimenti

- L'aspetto matematico su cui si vuole lavorare dev'essere significativo
- Lasciare 'aperta' la storia

1. Lasciare 'aperta' la storia

Aprire la storia, formulando la domanda in modo che conoscere la risposta serva al protagonista per raggiungere il suo scopo.

La marmellata di pesche

Per preparare la marmellata di pesche la nonna ha usato 10 kg di pesche e 5 kg di zucchero.

La marmellata che si ottiene (togliendo gli scarti e tenendo conto della cottura) è $\frac{3}{5}$ del peso iniziale di pesche e zucchero.

Quanti vasetti della capacità di 250 grammi ha utilizzato la nonna?

La marmellata di pesche (riformulazione 1)

La nonna *deve preparare* la marmellata di pesche con 10 kg di pesche e 5 kg di zucchero.

La marmellata che si ottiene (togliendo gli scarti e tenendo conto della cottura) è $\frac{3}{5}$ del peso iniziale complessivo di pesche e zucchero.

Quanti vasetti della capacità di 250 grammi *servono* alla nonna?

1. Lasciare 'aperta' la storia

A questo punto la domanda s'inserisce perfettamente nella storia: è una necessità della nonna conoscere la risposta.

Questa necessità si può enfatizzare aggiungendo dettagli narrativi che evidenzino ostacoli al raggiungimento dello scopo.

La marmellata di pesche (riformulazione 2)

Anche quest'anno la nonna vuole fare la marmellata con la frutta del suo giardino che le piace tanto: hanno raccolto ben 10 kg di pesche, e per fare la marmellata bisogna aggiungere 5 kg di zucchero, come dice la ricetta.

Martina è tutta contenta: «Nonna, ti immagini? Quanta marmellata solo per me!»

La nonna le dice: «Vedi di non mangiartela tutta in un mese: comunque quando avremo tolto gli scarti e avremo cotto tutto, ci rimarrà all'incirca i 3/5 del peso iniziale complessivo di pesche e zucchero! Anzi, fammi un piacere. Vai a prendere in cantina i barattoli così li lavo per bene prima di metterci la marmellata: prendi quelli dello scaffale in basso, da 250 grammi».

Martina è contenta di fare un piacere alla nonna, ma non ha voglia di fare viaggi inutili. Deve trovare il modo per capire quanti barattoli servono: puoi aiutarla?

PROTAGONISTA: MARTINA (E NON LA NONNA)

FOCALIZZAZIONE INTERNA

Alcuni suggerimenti

- L'aspetto matematico su cui si vuole lavorare dev'essere significativo
- Lasciare 'aperta' la storia
- Scegliere un contesto adeguato al concetto matematico su vogliamo lavorare

Scegliere un contesto adeguato al concetto 'matematico' su cui vogliamo lavorare

Automobili

Giulio e Andrea per giocare mettono insieme le loro automobili.

Quando smettono di giocare, ciascun bambino vuole riprendersi lo stesso numero di automobili che aveva all'inizio del gioco.

Tutte le automobili sono 48, ma come dividerle?

Andrea ricorda che ne aveva il triplo di Giulio.

Vuoi aiutarli a dividere le macchinine nel modo giusto?

La ricompensa

Il babbo ha chiesto a Marco e a suo fratello maggiore Luca di tingere il recinto del giardino. Marco ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di tingere tutto, il babbo dice soddisfatto: «Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Ecco 60 euro: 30 per ognuno di voi».

Ma Marco protesta: «Babbo, non è giusto che prendiamo uguale! Io ho lavorato il triplo di lui, e devo avere il triplo dei soldi!»

«D'accordo» dice il babbo «Allora dividetevi i 60 euro fra voi in modo che Marco il triplo di Luca».

«Ma quanti ne devo prendere allora?» dice Marco, che non ha mai fatto problemi così difficili.

«Non sarò certo io a dirtelo... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!» risponde Luca tutto soddisfatto.

Quanti soldi deve chiedere Marco, se vuole avere una ricompensa tripla di quella di Luca? Marco non sa come fare. Aiutalo tu!

Alcuni suggerimenti

- L'aspetto matematico su cui si vuole lavorare dev'essere significativo
- Lasciare 'aperta' la storia
- Scegliere un contesto adeguato al concetto matematico su cogliamo lavorare
- Non aver paura della complessità

Non aver paura della complessità

I problemi reali sono per loro natura complessi.

È importante tener conto di questo se vogliamo rendere il problema verosimile, cioè autentico, più *realistico*

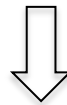
“Pete ha 3 mele. Ann ha 7 mele.
Quante mele hanno Pete e Ann insieme?”

Lo sperimentatore legge il problema e chiede di ripeterlo.

B: *Pete e Ann; Pete ha 3 mele; Ann ha 7 mele.*

S: Qual è la domanda?

B: *Quante mele ha Pete? 3. E Ann? 7.*



un'interpretazione scorretta della parola 'insieme'
(‘altogether’ nel testo originale)

“Pete ha 3 mele. Ann ha 7 mele.

Quante mele hanno Pete e Ann insieme?”

- Ma che senso ha questa domanda?
- In quali situazioni di vita reale ci capita di chiederci: ‘quante mele abbiamo insieme?’
- A quale vissuto può fare riferimento il bambino per comprendere la domanda?

Lo sperimentatore legge il problema e chiede di ripeterlo.

B: *Pete e Ann; Pete ha 3 mele; Ann ha 7 mele.*

S: Qual è la domanda?

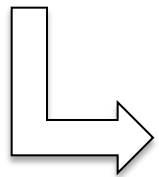
B: *Quante mele ha Pete? 3. E Ann? 7.*

Anna ha 8 euro.

Marco ha 7 euro.

Quanti euro hanno in tutto?

- Ma che senso ha questa domanda?
- In quali situazioni di vita reale ci capita di chiederci: **‘quanti euro** abbiamo insieme?’
- A quale vissuto può fare riferimento il bambino per comprendere la domanda?



...in situazioni in cui sapere quanti euro abbiamo in tutto **serve** per poter prendere decisioni

Anna ha 8 euro.

Marco ha 7 euro.

Quanti euro hanno in tutto?

In due hanno 17
euro?



Anna e Marco vorrebbero comprare per il compleanno della nonna un profumo che le piace molto e che si chiama “*Gelsomino*”.

Si sono informati in una profumeria e hanno visto che la confezione più piccola costa 17 euro.

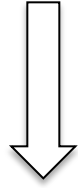
Anna ha 8 euro e Marco 7.

Marco chiede a Anna:

“Ma ci basteranno i soldi che abbiamo?”

Non voglio fare una brutta figura se lo chiediamo e poi non possiamo pagare!!”

Puoi aiutare Marco a risolvere il suo problema?



I problemi più autentici in genere hanno una maggiore complessità matematica

È una complessità che non deve spaventare, perché è quella che dà senso alla richiesta e sostiene la comprensione del problema, permettendo così al bambino di far riferimento al proprio vissuto e di mobilitare le proprie risorse.

Vacanze al campeggio

Tommaso ha deciso di passare una decina di giorni in campeggio con i suoi amici Alessio, Marco e Giovanni. Se prenderanno una tenda con 4 posti letto, allora prevedono di spendere 15 euro al giorno per l'affitto della piazzola, 18 euro a testa per i pasti e 8 euro al giorno per l'ombrellone.

Quanto spendono i 4 ragazzi per stare al mare?

Vacanze al campeggio (riformulazione)

Tommaso, Alessio, Marco e Giovanni hanno deciso di passare 10 giorni in campeggio al mare.

Telefonano al campeggio Miramare per avere un'idea della spesa, e il proprietario dice che può fare un prezzo complessivo di 1000 euro, che comprende il posto per la tenda, 2 pasti al giorno per tutti e 4, e anche un ombrellone sulla spiaggia.

Telefonano quindi all'altro campeggio del paesino, il campeggio Spiaggiabella. Il proprietario spiega che per l'affitto della piazzola si spendono 15 euro al giorno, per i due pasti 18 euro a testa al giorno, e l'ombrellone costa 8 euro al giorno.

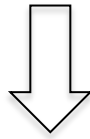
I ragazzi vogliono scegliere il campeggio più economico.

Come possono fare per decidere qual è?

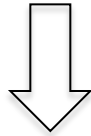
Dai problemi a righe ai problemi-storia



PROBLEMA A QUADRETTI



PROBLEMA A RIGHE



PROBLEMA-STORIA

Mancata integrazione fra
dimensione logica e dimensione
narrativa

Integrazione fra dimensione logica e
narrativa:

→ Racconta un problema (reale) di un
personaggio – per risolvere il quale c'è
bisogno della matematica - e poi chiede di
risolverlo.

Un problema a righe in cui la storia ha una
sua autonomia:

- è significativa dal punto di visto
narrativo:
 - c'è attenzione alla caratterizzazione dei
personaggi
- In genere ha un testo più lungo

Suggerimenti:

- Valgono gli stessi suggerimenti dati per la costruzione di un problema 'a righe':
 - L'aspetto matematico su cui si vuole lavorare dev'essere significativo
 - Lasciare 'aperta' la storia
 - Scegliere un contesto adeguato al concetto matematico su cogliamo lavorare
 - Non aver paura della complessità
- Quando si fa lo sforzo di costruire una storia significativa come 'contenitore', si possono utilizzare lo stesso contesto, gli stessi personaggi anche per altri problemi:
...problemi diversi come diversi 'episodi'.



Un problema a righe in cui la storia ha una sua autonomia:

- è significativa dal punto di visto narrativo:
 - c'è attenzione alla caratterizzazione dei personaggi
- In genere ha un testo più lungo

Vantaggi dei problemi-storia

- Una storia dev'essere verosimile, avere una sua coerenza interna, ma non necessariamente realistica.
 - Questo ci permette di scegliere informazioni e dati con maggiore libertà.
- vedi più avanti esempio di *Teste e zampe*

Un esempio: I 7 nani e la tavola apparecchiata

La prima versione

Biancaneve e la tavola apparecchiata

..e Biancaneve entrò nella casetta senza sapere che era proprio quella dei sette nani e vide una piccola tavola apparecchiata.

Contò sette tazze e sei cucchiai e vide un cestino vuoto al centro della tavola.

Lei pensò che lì abitassero dei bambini e delle bambine e si mise al lavoro per far trovare loro un po' di cibo fresco. In men che non si dica cucinò nove panini e otto frittelle.

Quando i nani tornarono furono molto felici della sorpresa.

Rispondi aiutandoti, se vuoi, con il disegno:

Ci sono in tavola tante tazze quanti sono i nani?

Ci sono tanti cucchiai quante sono le tazze?

Che cosa ha preparato biancaneve per i nani?

C'è un panino per ogni nano?

C'è una frittella per ogni nano?

Sono di più i panini o le frittelle?

Se Biancaneve avesse fame ci sarebbe un panino anche per lei?

E una frittella?

Un esempio: I 7 nani e la tavola apparecchiata

La seconda versione

I 7 nani e la tavola apparecchiata

Da un po' di tempo i sette nani litigano, incolpandosi a vicenda, perché la sera quando tornano dalla miniera, stanchi e affamati devono apparecchiare la tavola e nessuno ha voglia.

Da qualche giorno Dotto pensa seriamente alla situazione e a come possono risolvere il problema.

Pensa e ripensa, gli viene in mente un'idea che però deve condividere con gli altri.

La domenica pomeriggio Dotto convoca tutti in sala da pranzo e parla con loro : “ Io ho una proposta. Se siete d'accordo da domani faremo dei turni: ogni giorno due di noi si alzeranno prima per apparecchiare la tavola. Poi il giorno dopo lo faranno altri due e così via. A cucinare come sempre ci penserò io!

Propongo che domattina comincino Eolo e Pisolo.”

I nani sono tutti d'accordo, solo Brontolo accetta a malincuore.

La mattina dopo, prima di andare al lavoro, Eolo e Pisolo apparecchiano la tavola -

La sera, tornati dal lavoro, Brontolo, il solito noioso, dà un'occhiata alla tavola apparecchiata e subito si accorge che ci sono 4 piatti , 6 cucchiari e 5 bicchieri!

Si rivolge a Eolo e a Pisolo :

“Avete controllato che ci sia un piatto , un cucchiario e un bicchiere per ognuno di noi?”

Pisolo lo guarda perplesso e non sa cosa dire perché la mattina ha avuto un colpo di sonno!

Eolo si ricorda di aver apparecchiato la tavola con molta attenzione, ma a un certo punto ha fatto uno starnuto terribile...e chissà cos'è successo!

Aiutali tu a rispondere!

Possibili sviluppi:

- Stessa situazione (apparecchiatura della tavola) con diversi personaggi e domande dello stesso tipo
- Situazioni diverse (sempre sfruttando la specificità dei personaggi) con domande diverse

Attività 4

1) **Da problema a quadretti a problema a righe**

Riformulare a righe il problema *Il compleanno*.

2) **Da problema a righe a problema-storia**

Riformulare come problema-storia *La ricompensa*
(matematicamente significativo)

3) **Da problema descrittivo a problema storia**

Riformulare come problema-storia il problema *Teste e zampe* (matematicamente significativo)







Oppure: *I tre operai* (anche questo matematicamente significativo)

Attività 4

(scuola dell'infanzia)

- Provare a riformulare come problema-storia uno dei test di conservazione di Piaget descritti nella Scheda 3 in modo da superare la frattura contesto/domanda.

Dalla scheda 3: Prove di conservazione di Piaget

tipo	al bambino viene mostrato:	lo sperimentatore:	il bambino risponde:
lunghezza	 <p>due asticelle ed egli concorda che hanno la stessa lunghezza</p>	 <p>sposta l'asticella inferiore e chiede se hanno ancora la stessa lunghezza</p>	<p>bambino nella fase preoperazionale: l'asticella inferiore è più lunga; bambino nella fase delle operazioni concrete: hanno la stessa lunghezza</p>
liquido	 <p>due bicchieri d'acqua uguali bassi e larghi, e il bambino concorda che contengono la stessa quantità</p>	 <p>travasa l'acqua dal bicchiere basso e largo a un bicchiere alto e stretto, e chiede se uno dei bicchieri contiene più acqua dell'altro o se tutti e due ne contengono la stessa quantità</p>	<p>bambino nella fase preoperazionale: il bicchiere più alto contiene più liquido; bambino nella fase delle operazioni concrete: contengono la stessa quantità</p>
numero	 <p>due file di pedine della dama e il bambino concorda che le file contengono lo stesso numero di pezzi</p>	 <p>sparge la seconda fila e chiede se una delle due contiene più pezzi o se ne contengono lo stesso numero</p>	<p>bambino nella fase preoperazionale: la fila più lunga contiene più pezzi; bambino nella fase delle operazioni concrete: non è cambiato il numero di pezzi nelle file</p>

Riformulare come problema a righe

Compleanno

Per il compleanno di Ciacicasorci, uno dei gattini gialli, sono venuti tanti amici. Nel cortile del castello ci sono 40 gattini in festa. Strega Pasticcia fa avanti e indietro dalla cucina portando frittelle di alici e succo di erba gatta.

Ha preparato tavoli rotondi, coperti di tovaglie fatte di mortadella. Intorno a ogni tavolo c'è posto per 5 gattini.

Quanti sono i tavoli?

Riformulare come problema-storia

La ricompensa

Il babbo ha chiesto a Marco e a suo fratello maggiore Luca di tingere il recinto del giardino. Marco ci lavora 3 pomeriggi interi, mentre Luca trova sempre delle scuse dicendo che ha da fare altre cose, e lavora solo l'ultimo pomeriggio.

Quando hanno finito di tingere tutto, il babbo dice soddisfatto: «Bravi! Avete fatto proprio un bel lavoro! Ecco 60 euro: 30 per ognuno di voi».

Ma Marco protesta: «Babbo, non è giusto che prendiamo uguale! Io ho lavorato il triplo di lui, e devo avere il triplo dei soldi!»

«D'accordo» dice il babbo «Allora dividetevi i 60 euro fra voi in modo che Marco il triplo di Luca».

«Ma quanti ne devo prendere allora?» dice Marco, che non ha mai fatto problemi così difficili.

«Non sarò certo io a dirtelo... Se non lo sai, ce li dividiamo a metà!» risponde Luca tutto soddisfatto.

Quanti soldi deve chiedere Marco, se vuole avere una ricompensa tripla di quella di Luca? Marco non sa come fare. Aiutalo tu!

Riformulare come problema-storia

Teste e zampe

In un cortile ci sono 11 animali fra conigli e galline. In tutto le zampe sono 34. Quanti sono i conigli e quante sono le galline?

Riformulare come problema-storia

I tre operai

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.

Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

Riformulare come problema-storia

Teste e zampe

In un cortile ci sono 11 animali fra conigli e galline. In tutto le zampe sono 34. Quanti sono i conigli e quante sono le galline?

Prima riformulazione

Teste e zampe

Nonna Giulia ha deciso di partire per una breve vacanza.

I suoi nipoti Luca e Matteo le hanno promesso di dare da mangiare ai suoi animali: cani, gatti, polli e conigli.

Il giorno prima di partire la nonna ha chiamato a casa sua Matteo, il più grande dei nipoti. gli ha fatto vedere il cibo da dare agli animali raccomandando di non sbagliare tra quello dei conigli e quello dei polli.

Matteo ha ascoltato con grande attenzione e ha promesso di seguire scrupolosamente le sue istruzioni.

Il giorno dopo i due fratelli escono per recarsi a casa della nonna ad accudire gli animali. Lungo la strada incontrano alcuni amici e si fermano a giocare ai giardini. Non si rendono conto che il tempo passa e che la mamma li aspetta per portarli in piscina per la gara di nuoto.

Per fortuna la nonna ha lasciato il mangime degli animali vicino alle ciotole da riempire, così non devono perdere tempo.

Quando Matteo inizia a preparare il cibo per i polli e per i conigli esclama: “ Le ciotole sono 11 , una per ciascun animale, ma non ricordo quanti sono i polli e quanti sono i conigli! Corri Luca, vai a contarli, intanto io vado a dare da mangiare ai cani e ai gatti “ .

Luca protesta, ma poi obbedisce al fratello maggiore.

Tutto trafelato Luca arriva nella parte opposta del cortile, dove si trova la stanza dei polli e dei conigli, ma si accorge che le gabbie sono troppo in alto per lui. riesce a vedere solo le zampe e, per timore di essere rimproverato, conta quelle .

Torna di corsa da Matteo ed esclama: “ Non ho visto gli animali, ma ho contato 34 zampe!” Matteo si arrabbia perché lui ha bisogno di sapere con esattezza quanti sono i conigli e quanti i polli. Non può rischiare di sbagliare cibo, la nonna si è raccomandata! E’ tardi, non può andare lui, gli animali sono troppo distanti, la mamma li sta aspettando per portarli alla gara!

Puoi aiutare Matteo a risolvere il suo problema?
Matteo ha davvero bisogno del tuo aiuto!

In un recinto ci sono 11 animali, fra conigli e galline.

Le zampe sono 34.

Quanti sono i conigli?

Quante le galline?

Con questi numeri la soluzione è:

- 6 conigli
- 5 galline, e si può ottenere:

C G C G C G C G C G C

L'efficacia di questa strategia dipende dai numeri → conviene cambiarli, ad esempio:

13 animali

36 zampe

Però...

- Nella storia permangono elementi di artificiosità
 - È poco credibile che Luca riesca a contare le zampe (in movimento) e non riesca a contare gli animali
- Il vincolo del realismo è pesante...
- ... con un storia fantastica si può superare

Vantaggi dei problemi-storia

- Una storia dev'essere verosimile, avere una sua coerenza interna, ma non necessariamente realistica.
 - Questo ci permette di scegliere informazioni e dati con maggiore libertà.
- vedi più avanti esempio di *Teste e zampe*

Teste e zampe

PERSONAGGI



Il Gatto con gli stivali



Gufetto



Il Gufo



Teste e zampe



Il Gatto con gli stivali vuole regalare dei calzini e dei berretti per l'inverno ai suoi amici più cari: i conigli salterelli, che lo fanno tanto divertire, e le galline gentili, che gli regalano tante uova.

Va allora dal Gufo, che è un bravissimo sarto, e gli dice:

“Buongiorno Gufo, mi servono 11 berretti e 34 calzini morbidi, come quelli che tu sai fare. Sono per i miei amici conigli e per le mie amiche galline.

Ora parto per un viaggio. Verrò a prenderli al mio ritorno. Mi raccomando che siano pronti”

Il Gufo dice al Gatto con gli stivali che certamente troverà tutto pronto al suo rientro, e lo saluta.



Teste e zampe



Il Gufo chiede al suo aiutante Gufetto di cercare la lana per cucire i berretti e i calzini, ma Gufetto gli dice:

“Maestro Gufo, non possiamo mica fare calzini uguali ai conigli e alle galline!

Hanno zampe così diverse...”

Il Gufo risponde:

“Hai proprio ragione. E anche i berretti li dobbiamo fare diversi: la testa dei conigli è molto più grande di quella delle galline...

Cos’ha detto il gatto con gli stivali? Quanti sono i conigli? Quante sono le galline?”



Teste e zampe



Gufetto preoccupato risponde:

“Maestro Gufo, il Gatto con gli stivali non ci ha detto quanti sono i conigli e quante sono le galline! Ci ha detto solo che gli servono 10 berretti e 28 calzini: quindi le teste sono 10 e le zampe sono 28.”

Allora il Gufo dice a Gufetto: “10 teste, 28 zampe...mamma mia che confusione!

Ma quanti sono i conigli? E quante sono le galline?

Come possiamo fare a saperlo? Ormai il Gatto con gli stivali è partito, e quando torna si aspetta i calzini pronti.

Gufetto, pensaci tu che sei bravo a risolvere problemi! Trova il modo per scoprirlo!”

Aiuta Gufetto a risolvere il suo problema.

1) Da problema a quadretti a problema a righe

2) Da problema a righe a problema-storia

3) Da problema descrittivo a problema storia

→ Da una storia a un problema-storia

Pane e pensiero

Da una storia a un problema-storia



Pane e pensiero

Adattato dal libro *L'uomo che sapeva contare*

- Trasformando le storie chiuse in problemi aperti
- Diverse versioni:
 - Scuola primaria
 - Scuola secondaria
 - ...

Assad e Beremiz, sulla strada del viaggio per Baghdad, incontrano Salem, un viandante affamato. Il viandante chiede loro da mangiare, promettendo di ricompensarli con un premio in monete d'oro non appena arrivati a Baghdad.

Assad ha 5 pagnotte, e Beremiz ha 3 pagnotte.

Salem dice: “Vi scongiuro di dividere le vostre pagnotte con me. Vi propongo uno scambio ragionevole. Vi darò per il pane 8 monete d'oro, non appena giungerò a Baghdad.”

I tre si mettono in viaggio insieme. Assad dice: “Abbiamo 8 giorni di viaggio, dobbiamo consumare solo una pagnotta al giorno: ce la divideremo in tre.”

E così fanno il primo giorno, e poi il secondo, ...e poi l'ottavo si dividono l'ultimo pane. Finalmente arrivano a Baghdad.

Lì Salem li invita a casa sua, e per ricompensarli dà 5 monete d'oro a Assad, e 3 monete d'oro a Beremiz.

(Versione originale)

Assad (*L'uomo che sapeva contare*) dice:

“Perdonami, Sceicco! Ma questa suddivisione, che pure sembra semplice, non è matematicamente giusta.

Dal momento che ho dato 5 pagnotte, devo ricevere 7 monete.

Il mio amico, che ha ceduto 3 pagnotte, deve riceverne soltanto una.”

(Versione riformulata)

Beremiz dice: Amico, non hai fatto il conto giusto. Devi dare 7 monete d'oro a Assad, e solo 1 a me. Infatti anche noi abbiamo mangiato le pagnotte...

Assad dice: Amico, Beremiz ha fatto i conti per bene. Però l'importante è che ognuno di noi due ha messo a disposizione quello che aveva. Quindi dividiamo la ricompensa a metà: 4 monete d'oro per ciascuno.

Salem non sa più come fare.

Storia ridotta e resa aperta

Posizione diversa dei protagonisti

Prova a spiegargli il ragionamento che hanno fatto Beremiz e Assad.

Tu come faresti? Come aveva fatto Salem, come dice Beremiz, o come dice Assad?

O in un altro modo ancora?

Perché?

VERSIONE SEMPLIFICATA PER LE PRIME CLASSI

Assad e Beremiz, sulla strada del viaggio per Baghdad, incontrano Salem, un viandante affamato. Salem chiede loro da mangiare, dicendo di essere un ricco mercante, e promettendo di ricompensarli con un premio in monete d'oro non appena arrivati a Baghdad.

Assad ha 4 pagnotte, e Beremiz ha 2 pagnotte.

Salem dice: “Vi scongiuro di dividere le vostre pagnotte con me. Vi propongo uno scambio ragionevole. Vi darò per il pane **6 monete d'oro**, non appena giungerò a Baghdad.”

I tre si mettono in viaggio insieme. Assad dice:

*“Abbiamo **6** giorni di viaggio, dobbiamo consumare solo una pagnotta al giorno: ce la divideremo in tre.”*

E così fanno il primo giorno, e poi il secondo, ...e poi il sesto si dividono l'ultimo pane. Finalmente arrivano a Baghdad.

Lì Salem li invita nella sua casa, e per ricompensarli dà 4 sacchetti di monete d'oro a Assad, e 2 sacchetti di monete d'oro a Beremiz.

Assad dice: *“Amico, non hai fatto il conto giusto. Devi dare tutti e 6 i sacchetti di monete a me. Infatti Beremiz ha mangiato tutte le sue pagnotte ...”*

Beremiz dice: *“Amico, secondo me l'importante è che ognuno di noi due ha messo a disposizione quello che aveva. Quindi dividiamo la ricompensa a metà: 3 sacchetti di monete d'oro per ciascuno.”*

Salem non sa più come fare.

Prova a spiegargli il ragionamento che hanno fatto Assad e Beremiz.

Tu come faresti?

Come aveva fatto Salem, come dice Assad, o come dice Beremiz?

O in un altro modo ancora?

Perché?

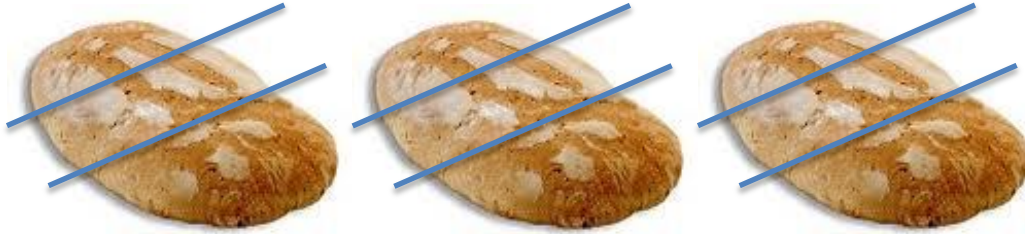


BEREMIZ: 3 pagnotte



ASSAD: 5 pagnotte

Ogni pagnotta viene divisa in 3:

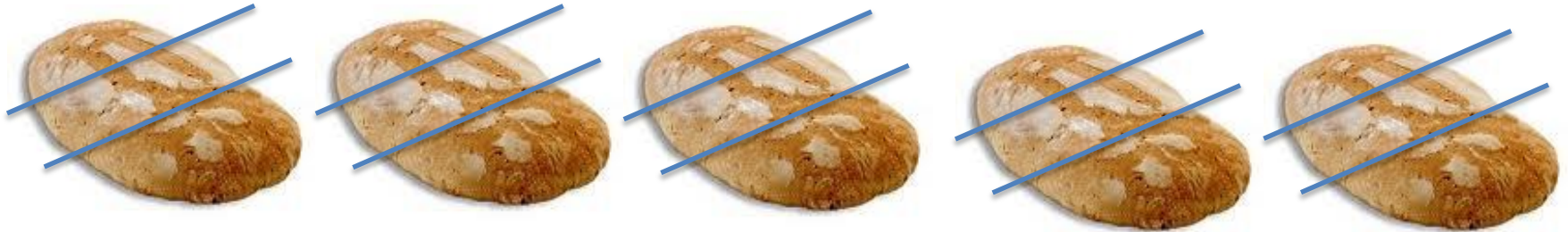


BEREMIZ:

3 pagnotte → 9 pezzi

Mangia 8 pezzi

→ 1 lo mangia Salem



ASSAD: 5 pagnotte → 15 pezzi

Mangia 8 pezzi → gli altri 7 li mangia Salem

Dalle sperimentazioni

Verticalità

Infanzia: 5 anni

Versione: 6 monete, 6 pagnotte, 6 giorni di viaggio



Verticalità

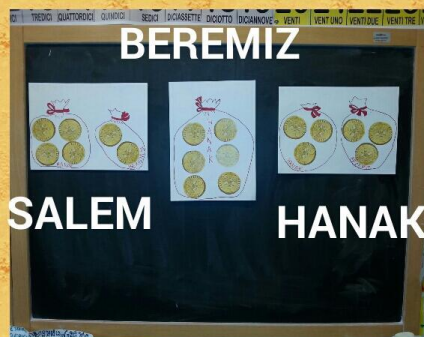
Primaria: 1^a e 2^a



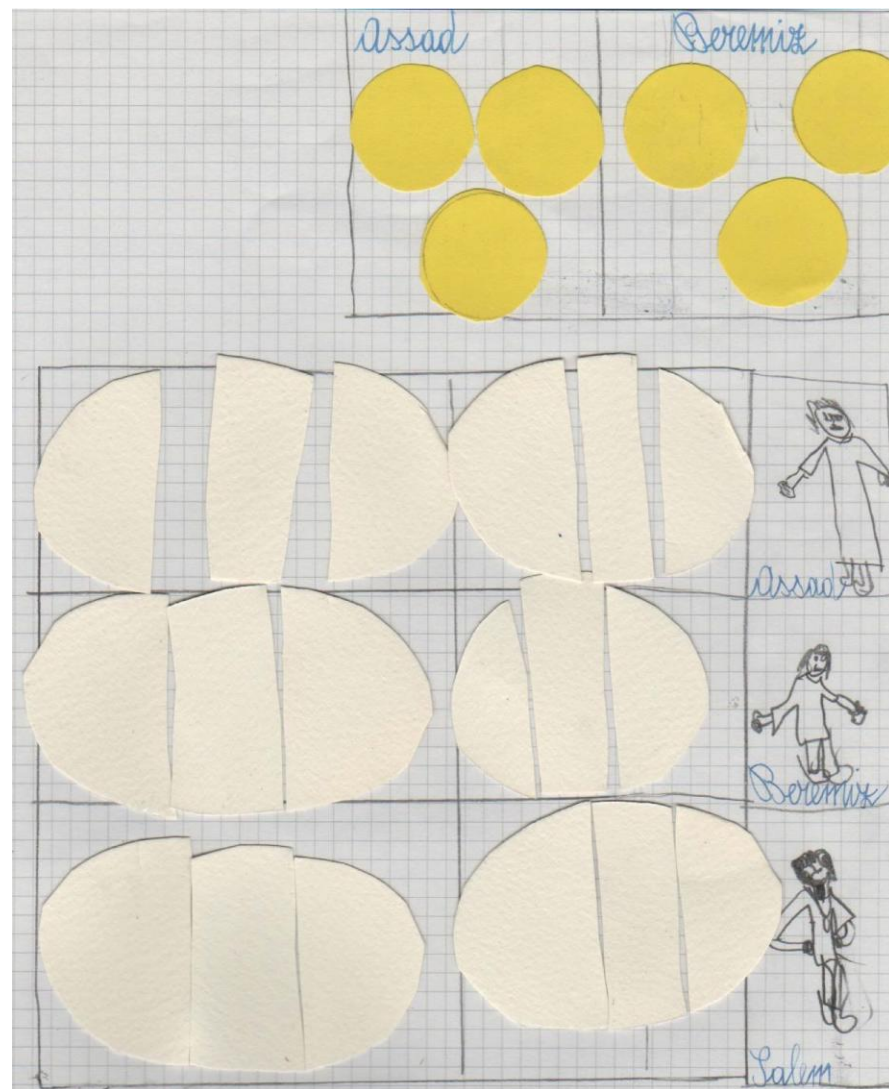
SEI PAGNOTTE ...



PANE E PENSIERO

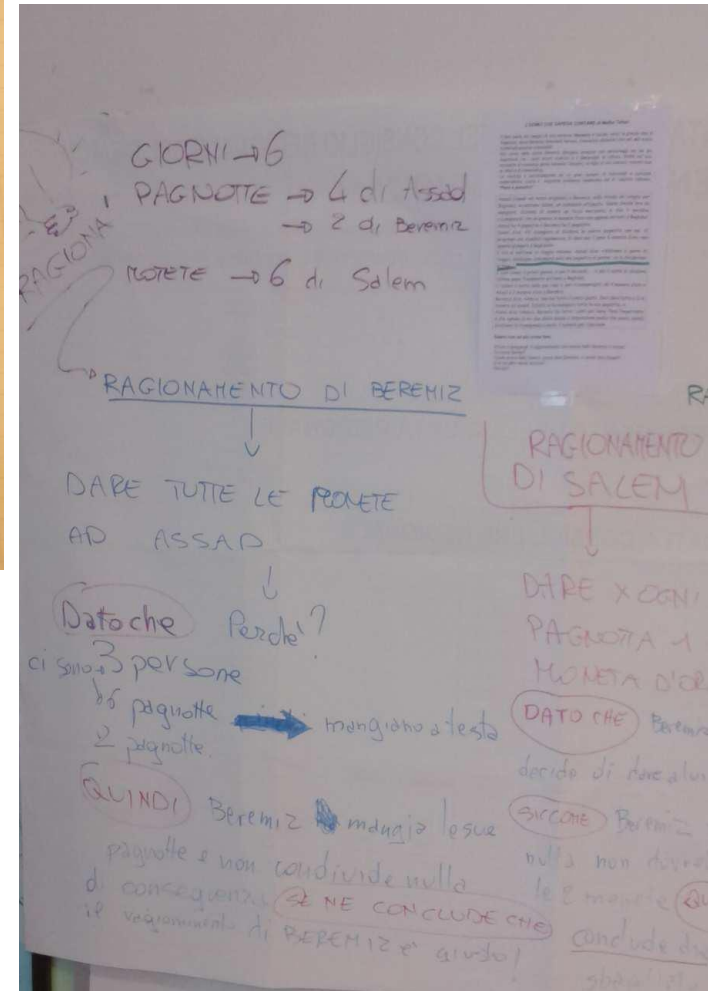
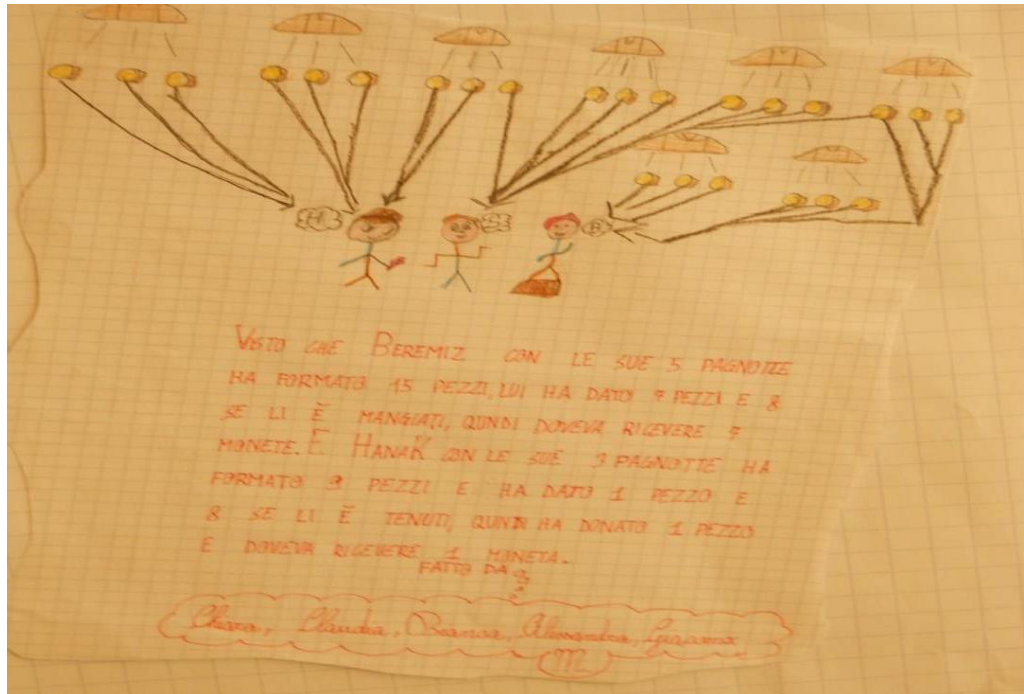


... SEI GIORNI DI VIAGGIO



Verticalità

Primaria: 3^a, 4^a e 5^a



Interdisciplinarietà

UN ESEMPIO (classe seconda)

Cosa abbiamo fatto

- LETTURA DEL PRIMO CAPITOLO DEL LIBRO
- LETTURA DEL BRANO "PANE E PENSIERO"
- INDIVIDUAZIONE DEI LUOGHI SULLA CARTINA
- UTILIZZO DI INTERNET E DELLA LIM PER SCOPRIRE L'AMBIENTE "DESERTO"
- DISEGNO
- DRAMMATIZZAZIONE DEGLI AVVENIMENTI
- RAPPRESENTAZIONE GRAFICA E SCRITTA (LAVORO A COPPIE)
- TESTO BUCATO PRESENTATO SIA DALL'INSEGNANTE DI MATEMATICA CHE DI ITALIANO



Matematica / Italiano



Argomentazione

Un esempio: classe quarta primaria

Classe quarta scuola primaria (26 alunni)

- Primo incontro / un'ora per ogni metà classe.

Testo proiettato alla LIM. Lettura dell'insegnante. Registrazione audio. Trascritti alcuni interventi significativi di uno dei gruppi. In azzurro i "problemi" posti dagli alunni.

- Secondo incontro / due ore a classe intera.

LIM: "*Perché la città di Samarra è famosa?*"

Ricerca su Google Earth e in whc.unesco.org.

Disegno "*Un incontro*". (vedi allegati)

- Terzo incontro / un'ora a classe intera.

"*Scrivi quale potrebbe essere il significato dei numeri straordinari enunciati dall'Uomo Che Contava?*". (vedi allegato)

- Quarto incontro / due ore a classe intera.

Compresenza ins. matematica e ins. italiano. Testo proiettato alla LIM. Lettura dell'insegnante. Registrazione audio. Trascritti alcuni interventi significativi. In azzurro i "problemi" posti dagli alunni, nell'ordine indicato dalle lettere.

- Quinto incontro / due ore a classe intera.

Disegno "*Un uomo su cui contare*". (vedi allegati)



primi 5 incontri

Argomentazione

Un esempio: classe quarta primaria

1. In presenza dell'insegnante di matematica e dell'insegnante di italiano viene letto e discusso il testo del problema, proiettato alla LIM. 6° incontro
2. L'insegnante di matematica riprende la lettura del testo, focalizzando l'attenzione sul pezzo: «Insieme riprendemmo il viaggio. *“Abbiamo otto giorni di cammino, possiamo consumare solo una pagnotta al giorno: ce la divideremo in tre”* dissi. E così facemmo il primo giorno, il secondo, il terzo, ... e poi l'ottavo giorno dividemmo tra noi l'ultima pagnotta.» 7° incontro
Chiede quindi agli alunni di disegnare gli otto giorni di cammino.
3. Gli alunni provano a risolvere individualmente il problema della suddivisione posto da Beremiz. 8° incontro
4. Il problema viene poi risolto collettivamente in classe. Al termine l'insegnante chiede agli alunni di rappresentare individualmente la soluzione trovata. 9° incontro
5. L'insegnante a questo punto pone due domande:
“In quale punto di vista ti riconosci?”
“In quali punti di vista non ti riconosci?”
Ad ogni alunno quindi viene chiesto di scegliere il punto di vista preferito e di produrre *argomenti a favore*, ma anche di produrre *argomenti contro* le posizioni da lui non condivise. 10° incontro
6. L'attività si conclude con una discussione collettiva in cui si confrontano le varie posizioni e argomentazioni.

Argomentazione

Un esempio: classe quarta primaria

1. In presenza dell'insegnante di matematica e dell'insegnante di italiano viene letto e discusso il testo del problema, proiettato alla LIM. 6° incontro
2. L'insegnante di matematica riprende la lettura del testo, focalizzando l'attenzione sul pezzo: «Insieme riprendemmo il viaggio. *“Abbiamo otto giorni di cammino, possiamo consumare solo una pagnotta al giorno: ce la divideremo in tre”* dissi. E così facemmo il primo giorno, il secondo, il terzo, ... e poi l'ottavo giorno dividemmo tra noi l'ultima pagnotta.» 7° incontro
- Chiede quindi agli alunni di disegnare gli otto giorni di cammino.
3. Gli alunni provano a risolvere individualmente il problema della suddivisione posto da Beremiz. 8° incontro
4. Il problema viene poi risolto collettivamente in classe. Al termine l'insegnante chiede agli alunni di rappresentare individualmente la soluzione trovata. 9° incontro
5. L'insegnante a questo punto pone due domande:
“In quale punto di vista ti riconosci?”
“In quali punti di vista non ti riconosci?”
Ad ogni alunno quindi viene chiesto di scegliere il punto di vista preferito e di produrre *argomenti a favore*, ma anche di produrre *argomenti contro* le posizioni da lui non condivise. 10° incontro
6. L'attività si conclude con una discussione collettiva in cui si confrontano le varie posizioni e argomentazioni.



8 = 8 Giorni

8 PAGNOTTE



3 5



BEREMIZ

HAYAK

GALEM



MANGIANDO



7 PAGNOTTE



6 PAGNOTTE



5 PAGNOTTE



4 PAGNOTTE



3 PAGNOTTE



2 PAGNOTTE



1 PAGNOTTA



BAGNATO



Giorgia

Argomentazione

Argomentare: un intreccio tra righe e quadretti
D'Azeglio: classe quarta

1. In presenza dell'insegnante di matematica e dell'insegnante di italiano viene letto e discusso il testo del problema, proiettato alla LIM. 6° incontro
2. L'insegnante di matematica riprende la lettura del testo, focalizzando l'attenzione sul pezzo: «Insieme riprendemmo il viaggio. *“Abbiamo otto giorni di cammino, possiamo consumare solo una pagnotta al giorno: ce la divideremo in tre”* dissi. E così facemmo il primo giorno, il secondo, il terzo, ... e poi l'ottavo giorno dividemmo tra noi l'ultima pagnotta.» 7° incontro
Chiede quindi agli alunni di disegnare gli otto giorni di cammino
3. Gli alunni provano a risolvere individualmente il problema della suddivisione posto da Beremiz. 8° incontro
4. Il problema viene poi risolto collettivamente in classe. Al termine l'insegnante chiede agli alunni di rappresentare individualmente la soluzione trovata. 9° incontro
5. L'insegnante a questo punto pone due domande:
“In quale punto di vista ti riconosci?”
“In quali punti di vista non ti riconosci?”
Ad ogni alunno quindi viene chiesto di scegliere il punto di vista preferito e di produrre *argomenti a favore*, ma anche di produrre *argomenti contro* le posizioni da lui non condivise. 10° incontro
6. L'attività si conclude con una discussione collettiva in cui si confrontano le varie posizioni e argomentazioni.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{PRIMA} & \text{POI} & \text{DOPO} \\ \hline \text{3} & 1 & 4 \\ \hline \end{array} = \text{BEREMIZ}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{PRIMA} & \text{POI} & \text{DOPO} \\ \hline \text{4} & 4 & 8 \\ \hline \end{array} = \text{HANAK}$$



$5+3=8$

8 PAGNOTTE	 HANAK	 BEREMIZ
8 MONETE	 HANAK	 BEREMIZ
	 HANAK	 BEREMIZ

PIETRO

Pan e pensiero

BERGHIZ



● = 3 PEZZI = 1 PAUS

● = 3 PEZZI = 1 PAUS

● = 3 PEZZI = 1 PAUS

LEGENDA

ANAK ●

BERGHIZ ●

SILVIA ●

PAUS ○

PAUS

DIVSO ○

ANAK



● = 8 PEZZI = 2 PANI € 2/3

● = 8 PEZZI = 2 PANI € 2/3

● = 8 PEZZI = 2 PANI € 2/3

Argomentazione

Un esempio: classe quarta primaria

1. In presenza dell'insegnante di matematica e dell'insegnante di italiano viene letto e discusso il testo del problema, proiettato alla LIM. 6° incontro
2. L'insegnante di matematica riprende la lettura del testo, focalizzando l'attenzione sul pezzo: «Insieme riprendemmo il viaggio. *“Abbiamo otto giorni di cammino, possiamo consumare solo una pagnotta al giorno: ce la divideremo in tre”* dissi. E così facemmo il primo giorno, il secondo, il terzo, ... e poi l'ottavo giorno dividemmo tra noi l'ultima pagnotta.» 7° incontro
Chiede quindi agli alunni di disegnare gli otto giorni di cammino.
3. Gli alunni provano a risolvere individualmente il problema della suddivisione posto da Beremiz. 8° incontro
4. Il problema viene poi risolto collettivamente in classe. Al termine l'insegnante chiede agli alunni di rappresentare individualmente la soluzione trovata. 9° incontro
5. L'insegnante a questo punto pone due domande:
“In quale punto di vista ti riconosci?”
“In quali punti di vista non ti riconosci?”
Ad ogni alunno quindi viene chiesto di scegliere il punto di vista preferito e di produrre *argomenti a favore*, ma anche di produrre *argomenti contro* le posizioni da lui non condivise. 10° incontro
6. L'attività si conclude con una discussione collettiva in cui si confrontano le varie posizioni e argomentazioni.

SOLUZIONE PROPOSTA da HANAK (4 - 4)

A FAVORE

CONTRO

FEDERICA(

Io non ho scelto Hanak perché: 4 ~~pagnotte~~ monete
a Hanak e 4 a Bereniz e' giusto perché
hanno tutti e 2 lo stesso numero di
monete, però Hanak ha donato più pagnotte
di Bereniz quindi ha il diritto di avere più monete.

SOFIA(

Io ho scelto Hanak
dato ciò che aveva. Facciamo finta che loro
hanno dato tutto quello che avevano: tutto e
tutto sono la stessa cosa. Allora visto che
hanno dato tutto il loro cibo devono avere
lo stesso numero di monete.

SOLUZIONE PROPOSTA da SALEM (5 - 3)

A FAVORE

SARA

Secondo me ha ragione Salem perché per me, se devi dare una ricompensa bisogna che sia pari a quello che ti hanno dato.

In questo caso, Thanak e Beremiz danno delle pagnotte e Salem dà a Beremiz tre monete perché esso ha condiviso tre pagnotte, mentre ad Thanak dà cinque monete perché ha condiviso cinque pagnotte.

SOLUZIONE PROPOSTA da SALEM (5 – 3)

A FAVORE

CONTRO

TOMMASO(

2) Salem: io non ho scelto la soluzione di Salem
perchè: lui aveva detto 5 ad Ithnah e 3 a Beremire,
secondo me no perchè non è giusto che i soldi
per Beremire si misurino in quantità, perchè non è che
le 5 di Ithnah se sono 5 valgono di più delle 3 di
Beremire.

SOLUZIONE PROPOSTA da BEREMIZ (7 - 1)

A FAVORE

FILIPPO(

Secondo me quella più giusta è quella di Beremiz
perché 1 per lui va bene perché
se Beremiz ha 3 pagnotte e le divide in
tre parti sono 9 e se ognuno
dovrebbe mangiare ^{pagnotte} 3 e ne rimarrebbe
1 perché le altre 8 le ha mangiate
Beremiz e 1 moneta per Beremiz
perché ne rimane 1 per Salem.
Mentre Shamak ha 5 pagnotte se
le deve dividere in tre parti sono
15 e lui ne mangia 8 e così
rimangono sette pezzi di pagnotte
che dà a Salem e per quello
che prende 7 monete Shamak.

SOLUZIONE PROPOSTA da BEREMIZ (7 - 1)

A FAVORE

CONTRO

PIETRO(

Non ha scelto quella di Beremiz.
perché lui pensa a quello che
loro hanno dato, ma non pensa a
perché l'hanno fatto.

La stessa cosa è per Salem, lui
pensa a quello che i suoi due amici
gli hanno dato ma non pensa
che loro hanno diviso con lui le
ragotte, quindi la stessa cosa fanno
con le monete: le dividono